US ISO 3534-1

UGANDA STANDARD

First Edition
2011-12-20

Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability

Reference number
US ISO 3534-1: 2006

Compliance with this standard does not, of itself confer immunity from legal obligations

A Uganda Standard does not purport to include all necessary provisions of a contract. Users are responsible for its correct application

The Executive Director
Uganda National Bureau of Standards
P.O. Box 6329
Kampala
Uganda
Tel: 256 41 505 995
Fax: 256 41 286 123
E-mail: unbs@infocom.co.ug
Web: www.unbs.go.ug

National foreword

Uganda National Bureau of Standards (UNBS) is a parastatal under the Ministry of Tourism, Trade and Industry established under Cap 327, of the Laws of Uganda. UNBS is mandated to co-ordinate the elaboration of standards and is

(a) a member of International Organisation for Standardisation (ISO) and

(b) a contact point for the WHO/FAO Codex Alimentarius Commission on Food Standards, and

(c) the National Enquiry Point on TBT/SPS Agreements of the World Trade Organisation (WTO).

The work of preparing Uganda Standards is carried out through Technical Committees. A Technical Committee is established to deliberate on standards in a given field or area and consists of representatives of consumers, traders, academicians, manufacturers, government and other stakeholders.

Draft Uganda Standards adopted by the Technical Committee are widely circulated to stakeholders and the general public for comments. The committee reviews the comments before recommending the draft standards for approval and declaration as Uganda Standards by the National Standards Council.

This Uganda Standard, US ISO 3534-1:2006*, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability,* is identical with and has been reproduced from an International Standard, ISO 3534-1:2006*, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability,* and adopted as a Uganda Standard.

This standard was developed by the Applied Statistical Methods Technical Committee (UNBS/TC 17).

Wherever the words, “International Standard" appear, they should be replaced by "Uganda Standard."

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE

ISO 3534-1

Second edition
Deuxième édition
2006-10-15

Corrected version
Version corrigée
2007-09-15

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 1: **General statistical terms and terms used in probability**

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 1: **Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités**

Reference number
Numéro de référence
ISO 3534-1:2006(E/F)

ISO copyright office
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20
Tel. + 41 22 749 01 11
Fax + 41 22 749 09 47
E-mail copyright@iso.org
Web www.iso.org

Published in Switzerland/Publié en Suisse

Contents

Page

Sommaire

Page

Foreword

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards bodies (ISO member bodies). The work of preparing International Standards is normally carried out through ISO technical committees. Each member body interested in a subject for which a technical committee has been established has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work. ISO collaborates closely with the International Electrotechnical Commission (IEC) on all matters of electrotechnical standardization.

International Standards are drafted in accordance with the rules given in the ISO/IEC Directives, Part 2.

The main task of technical committees is to prepare International Standards. Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for voting. Publication as an International Standard requires approval by at least 75 % of the member bodies casting a vote.

Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this document may be the subject of patent rights. ISO shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

ISO 3534-1 was prepared by Technical Committee ISO/TC 69, *Applications of statistical methods*, Subcommittee SC 1, *Terminology and symbols*.

This second edition cancels and replaces the first edition (ISO 3534-1:1993), which has been technically revised.

ISO 3534 consists of the following parts, under the general title *Statistics — Vocabulary and symbols*:

— *Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

— *Part 2: Applied statistics*

— *Part 3: Design of experiments*

This corrected version of ISO 3534-1:2006 incorporates the following corrections.

1.5 (Example 1)	"**Range** (1.10)" was changed to "**sample range** (1.10)".
1.18 (Note)	The last sentence was replaced.
1.19 (Example)	The last number was changed to −0,64.
1.21 (Note 3)	The last sentence was replaced.
1.23 (Example 1)	12,945 was changed to 12,948 and 257,118 was changed to 257,178.
1.23 (Note 1)	The first sentence after the equation was replaced.
1.23 (Note 2)	The last sentence was replaced.
1.51 (Note)	The note was replaced.
1.57 (Note)	A note was added.
2.48 (Note 3)	The word "then" was removed.
2.64 (Note)	"Multivariate distribution" was changed to "Multivariate normal distribution".
2.65 (Notes)	Note was changed to Note 1. Note 2 was added.
2.68 (Example 2)	The third sentence was corrected.

Figure B.2	k was added after "sample moment of order".
Figure B.3	The spelling of "estimator" was corrected.
Figure B.4	The order of the French and English terms for (1.48) was corrected.
Figure B.5	Before (1.5), (1.53) and (1.54), "statistic" was replaced by "statistics".
Figure C.1	The "sample space" reference was changed to (2.1).
	"probability (2.6)" was changed to "probability of an event A (2.5)".
	"conditional probability of A given B (2.6)" was changed to "conditional probability $P(A\|B)$ (2.6)".
	"independent event (2.4)" was changed to "independent events (2.4)".
	$(-\propto, x)$ has been changed to $(-\infty, x]$.
Figure C.2	"correlation (2.44)" was changed to "correlation coefficient (2.44)".
Figure C.4	The spelling of "exponential" was corrected.

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 2.

La tâche principale des comités techniques est d'élaborer les Normes internationales. Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

L'ISO 3534-1 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 1, *Terminologie et symboles*.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition (ISO 3534-1:1993), qui a fait l'objet d'une révision technique.

L'ISO 3534 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Statistique — Vocabulaire et symboles*:

— *Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*

— *Partie 2: Statistique appliquée*

— *Partie 3: Plans d'expérience*

La présente version corrigée de l'ISO 3534-1:2006 comprend les corrections suivantes.

1.5 (Exemple 1)	«**l'étendue** (1.10)» a été remplacé par «**l'étendue d'échantillon** (1.10)».
1.18 (Note)	La dernière phrase a été modifiée et une phrase a été ajoutée.
1.19 (Exemple)	Le dernier nombre a été modifié de sorte à lire −0,64.
1.21 (Note 3)	«Pour les valeurs d'aplatissement» a été remplacé par «Pour des valeurs d'aplatissement» et la dernière phrase a été modifiée.
1.23 (Exemple 1)	12,945 a été changé en 12,948 et 257,118 a été changé en 257,178.
1.23 (Note 1)	La première phrase après l'équation a été modifiée.
1.23 (Note 2)	La dernière phrase a été modifiée.
1.51 (Note)	La note a été modifiée.
1.57 (Note)	Une note a été ajoutée.
2.64 (Note)	«distributions à plusieurs variables» a été remplacé par «distributions normales à plusieurs variables».

2.65 (Notes)	La note a été numérotée en Note 1. Une Note 2 a été ajoutée.
2.68 (Exemple 2)	La troisième phrase a été modifiée de sorte à lire: «Si les batteries sont opérationnelles, leurs temps de survie suivent ...».
Figure B.2	k a été ajouté après «moment d'échantillon d'ordre».
Figure B.4	L'ordre des termes français et anglais (1.48) a été corrigé.
Figure C.1	«étendu d'échantillon, Ω (2.68)» a été remplacé par «espace d'échantillon, Ω (2.1)».
	«probabilité (2.6)» a été remplacé par «probabilité d'un événement A (2.5)».
	«probabilité conditionnelle de A sachant B (2.6) a été remplacé par «probabilité conditionnelle $P(A \mid B)$ (2.6)».
	$(-\propto, x)$ a été remplacé par $(-\infty, x]$.
Figure C.2	«corrélation (2.44)» a été remplacé par «coefficient de corrélation (2.44)».

Introduction

The current versions of ISO 3534-1 and ISO 3534-2 are intended to be compatible. They share the common goal of restricting their respective mathematical levels to the minimum levels necessary to attain coherent, correct and concise definitions. Part 1 on terms used in probability and statistics is fundamental, so by necessity is presented at a somewhat sophisticated mathematical level. Recognizing that users of ISO 3534-2 or other TC 69 standards on applied statistics may occasionally consult this part of ISO 3534 for the definition of certain terms, several of the terms are described in a less technical manner within the notes and are illustrated with examples. Although these informal descriptions are not a substitute for formal definitions, they may provide a working, layman definition of concepts, thus serving the needs of multiple users of these terminology standards. To accommodate further the applied user who normally would be involved with standards such as ISO 3534-2 or ISO 5725, for example, notes and examples are offered to make this part of ISO 3534 more accessible.

A well-defined and reasonably complete set of probability and statistical terms is essential to the development of and effective use of statistical standards. The definitions provided here must be sufficiently accurate and mathematically sophisticated to enable statistical standards developers to avoid ambiguities. Of course, more detailed explanations of concepts, their contexts and their realms of application can be found in introductory probability and statistics textbooks.

Concept diagrams are provided in an informative annex for each group of terms: 1) general statistical terms (in Annex B) and 2) terms used in probability (in Annex C). There are six concept diagrams for general statistical terms and four concept diagrams for terms related to probability. Some terms appear in multiple diagrams to provide a link from one set of concepts to another. Annex D provides a brief introduction to Concept Diagrams and their interpretation.

These diagrams were instrumental in constructing this revision as they assist in delineating the interrelationships of the various terms. These diagrams are also likely to be useful in translating the standard into other languages.

As a general comment with respect to much of the standard, unless otherwise indicated, the definitions relate to the one-dimensional (univariate) case. This provision is admitted here to eliminate the need to mention repetitively the one-dimensional scope for most of the definitions.

Introduction

Les versions actuelles de l'ISO 3534-1 et de l'ISO 3534-2 sont destinées à être compatibles. Elles partagent l'objectif commun de réduire leurs niveaux mathématiques au strict minimum pour obtenir des définitions cohérentes, correctes et concises. La présente partie de l'ISO 3534, relative aux termes utilisés dans le domaine des probabilités et des statistiques, est fondamentale et se présente de ce fait à un niveau mathématique relativement sophistiqué. Dans la mesure où les utilisateurs de l'ISO 3534-2 ou d'autres normes du TC 69 relatives à la statistique appliquée peuvent avoir à consulter la présente partie de l'ISO 3534, pour certains termes, les notes figurant à la suite des termes sont rédigées de manière moins technique et sont illustrées par des exemples. Bien que ces notes informelles ne remplacent nullement des définitions formelles, elles peuvent donner une définition de travail non technique des concepts et ainsi répondre aux besoins des nombreux utilisateurs de ces normes terminologiques. Des notes et des exemples sont ainsi proposés pour faciliter la compréhension de la présente partie de l'ISO 3534, et s'adapter davantage à l'utilisateur spécialiste qui, normalement, serait amené à consulter des normes telles que l'ISO 3534-2 ou l'ISO 5725.

Un ensemble correctement défini et suffisant de termes de probabilité et de termes statistiques est fondamental pour l'élaboration et l'utilisation efficace des normes statistiques. Les définitions du présent document doivent être suffisamment précises et d'un niveau mathématique assez sophistiqué pour permettre aux rédacteurs de normes statistiques d'éviter toute ambiguïté. De plus amples explications des concepts, de leurs contextes ainsi que de leurs domaines d'application peuvent naturellement être retrouvées en consultant les livres d'introduction à la probabilité et aux statistiques.

Des diagrammes de concepts sont fournis dans une annexe informative pour chaque groupe de termes: 1) termes statistiques généraux (voir Annexe B) et 2) termes utilisés en probabilité (voir Annexe C). Il existe six diagrammes de concepts pour les termes statistiques généraux et quatre diagrammes de concepts pour les termes relatifs à la probabilité. Certains des termes apparaissent dans plusieurs de ces diagrammes afin de fournir un lien permettant de passer d'un groupe de concepts à un autre groupe de concepts. L'Annexe D fournit une introduction succincte aux Diagrammes de concept et à leur interprétation.

Ces diagrammes ont été utilisés comme outils pour l'élaboration de cette révision dans la mesure où ils aident au cadrage des interrelations entre les différents termes. Ces diagrammes sont également susceptibles d'être utiles à la traduction de la norme dans d'autres langues.

D'une manière générale, eu égard au contenu global de la norme, et sauf indication contraire, les définitions font référence au cas à une dimension (à une variable). Cette disposition est admise dans le présent document afin d'éviter la répétition obligatoire de la portée unidimensionnelle de la plupart des définitions.

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 1: General statistical terms and terms used in probability

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités

Scope

This part of ISO 3534 defines general statistical terms and terms used in probability which may be used in the drafting of other International Standards. In addition, it defines symbols for a limited number of these terms.

The terms are classified as:

a) general statistical terms (Clause 1);

b) terms used in probability (Clause 2).

Annex A gives a list of symbols and abbreviations recommended to be used for this part of ISO 3534.

The entries in this part of ISO 3534 are arranged in association with concept diagrams provided as Annexes B and C.

Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 3534 définit les termes statistiques généraux et les termes utilisés en calcul des probabilités susceptibles d'être utilisés dans la rédaction d'autres Normes internationales. En outre, elle définit un ensemble de symboles pour un nombre limité de ces termes.

Les termes sont classés sous les rubriques suivantes:

a) termes statistiques généraux (Article 1);

b) termes utilisés en calcul des probabilités (Article 2).

L'Annexe A donne une liste des symboles et abréviations utilisés dans la présente partie de l'ISO 3534.

Les entrées dans la présente partie de l'ISO 3534 sont classées en association avec les diagrammes de concepts fournis dans les Annexes B et C.

1 General statistical terms

1.1
population

totality of items under consideration

NOTE 1 A population may be real and finite, real and infinite or completely hypothetical. Sometimes the term “finite population” is used, especially in survey sampling. Likewise the term “infinite population” is used in the context of sampling from a continuum. In Clause 2, population will be viewed in a probabilistic context as the **sample space** (2.1).

NOTE 2 A hypothetical population allows one to imagine the nature of further data under various assumptions. Hence, hypothetical populations are useful at the design stage of statistical investigations, particularly for determining appropriate sample sizes. A hypothetical population could be finite or infinite in number. It is a particularly useful concept in inferential statistics to assist in evaluating the strength of evidence in a statistical investigation.

NOTE 3 The context of an investigation can dictate the nature of the population. For example, if three villages are selected for a demographic or health study, then the population consists of the residents of these particular villages. Alternatively, if the three villages were selected at random from among all of the villages in a specific region, then the population would consist of all residents of the region.

1.2
sampling unit

one of the individual parts into which a **population** (1.1) is divided

NOTE Depending on the circumstances the smallest part of interest may be an individual, a household, a school district, an administrative unit and so forth.

1.3
sample

subset of a **population** (1.1) made up of one or more **sampling units** (1.2)

NOTE 1 The sampling units could be items, numerical values or even abstract entities depending on the population of interest.

NOTE 2 The definition of sample in ISO 3534-2 includes an example of a sampling frame which is essential in drawing a random sample from a finite population.

1 Termes statistiques généraux

1.1
population

totalité des individus pris en considération

NOTE 1 Une population peut être réelle et finie, réelle et infinie ou totalement hypothétique. Le terme «population finie» est parfois utilisé, particulièrement dans l'échantillonnage d'enquête. De même le terme «population infinie» est utilisé dans le contexte de l'échantillonnage continu. Dans l'Article 2, la population est abordée dans le contexte de la probabilité comme l'**espace d'échantillon** (2.1).

NOTE 2 Une population hypothétique permet d'imaginer la nature des données futures sous différentes hypothèses. Les populations hypothétiques sont donc utiles pour l'étape de conception des enquêtes statistiques, particulièrement pour déterminer les tailles d'échantillon appropriées. Une population hypothétique peut être finie ou infinie en nombre. C'est un concept particulièrement utile dans le cas des statistiques déductives pour aider à évaluer la force de la preuve dans une enquête statistique.

NOTE 3 Le contexte d'une enquête peut dicter la nature de la population. Par exemple, si trois villages sont sélectionnés pour une enquête de démographie et de santé, la population est alors constituée des habitants de ces trois villages uniquement. Sinon, si ces trois villages sont sélectionnés aléatoirement parmi tous les villages d'une région donnée, la population est alors constituée de tous les habitants de la région.

1.2
unité d'échantillonnage

unité individuelle en laquelle une **population** (1.1) est divisée

NOTE Selon les circonstances, la plus petite partie considérée peut être un individu, un ménage, un district scolaire, une unité administrative, etc.

1.3
échantillon

sous-ensemble d'une **population** (1.1) constitué d'une ou de plusieurs unités **d'échantillonnage** (1.2)

NOTE 1 En fonction de la population considérée, les unités d'échantillonnage peuvent être des individus, des valeurs numériques ou encore des entités abstraites.

NOTE 2 La définition de ce terme donnée dans l'ISO 3534-2 comprend un exemple de base d'échantillonnage qui revêt un caractère essentiel pour prélever un échantillon au hasard d'une population finie.

1.4
observed value
obtained value of a property associated with one member of a **sample** (1.3)

NOTE 1 Common synonyms are “realization” and “datum”. The plural of datum is data.

NOTE 2 The definition does not specify the genesis or how this value has been obtained. The value may represent one realization of a **random variable** (2.10), but not exclusively so. It may be one of several such values that will be subsequently subjected to statistical analysis. Although proper inferences require some statistical underpinnings, there is nothing to preclude computing summaries or graphical depictions of observed values. Only when attendant issues such as determining the probability of observing a specific set of realizations does the statistical machinery become both relevant and essential. The preliminary stage of an analysis of observed values is commonly referred to as data analysis.

1.4
valeur observée
valeur obtenue d'une propriété associée à un élément d'un **échantillon** (1.3)

NOTE 1 Des synonymes courants sont les termes «réalisation» et «donnée».

NOTE 2 La définition ne précise pas l'origine ni la manière dont cette valeur a été obtenue. La valeur peut représenter une réalisation d'une **variable aléatoire** (2.10) mais pas de manière exclusive. Il peut s'agir d'une des différentes valeurs qui seront soumises ultérieurement à une analyse statistique. Bien que des inférences appropriées nécessitent des validations statistiques, rien n'empêche de procéder à des calculs de synthèses ou à des représentations graphiques des valeurs observées. Ce n'est que dans le cas de problèmes concomitants tels que la détermination de la probabilité d'observer un ensemble spécifique de réalisations que les mécanismes statistiques deviennent à la fois pertinents et fondamentaux. L'étape préliminaire d'une analyse de valeurs observées fait souvent référence à une analyse de données.

1.5
descriptive statistics
graphical, numerical or other summary depiction of **observed values** (1.4)

EXAMPLE 1 Numerical summaries include **average** (1.15), **sample range** (1.10), **sample standard deviation** (1.17), and so forth.

EXAMPLE 2 Examples of graphical summaries include boxplots, diagrams, Q-Q plots, normal quantile plots, scatterplots, multiple scatterplots and histograms.

1.5
statistique descriptive
description graphique, numérique ou autre analyse de synthèse des **valeurs observées** (1.4)

EXEMPLE 1 Les synthèses numériques comprennent la **moyenne** (1.15), **l'étendue d'échantillon** (1.10), **l'écart-type d'échantillon** (1.17), etc.

EXEMPLE 2 Des exemples de représentations graphiques synthétiques sont les diagrammes à surfaces, les diagrammes, les graphiques Q-Q, les diagrammes de quantile normal, les nuages de points, les nuages de points multidimensionnels et les histogrammes.

1.6
random sample
sample (1.3) which has been selected by a method of random selection

NOTE 1 This definition is less restrictive than that given in ISO 3534-2 to allow for infinite populations.

NOTE 2 When the sample of n sampling units is selected from a finite **sample space** (2.1), each of the possible combinations of n sampling units will have a particular **probability** (2.5) of being taken. For survey sampling plans, the particular probability for each possible combination may be calculated in advance.

NOTE 3 For survey sampling from a finite sample space, a random sample can be selected by different sampling plans such as stratified random sampling, systematic random sampling, cluster sampling, sampling with probability of sampling proportional to the size of an auxiliary variable and many other possibilities.

NOTE 4 The definition generally refers to actual **observed values** (1.4). These observed values are considered as realizations of **random variables** (2.10), where each observed value corresponds to one random variable. When **estimators** (1.12), test statistics for **statistical tests** (1.48) or **confidence intervals** (1.28) are derived from a random sample, the definition accommodates reference to the random variables arising from abstract entities in the sample rather than the actual observed values of these random variables.

NOTE 5 Random samples from infinite populations are often generated by repeated draws from the sample space, leading to a sample consisting of independent, identically distributed random variables using the interpretation of this definition mentioned in Note 4.

1.6
échantillon aléatoire
échantillon (1.3) prélevé selon une méthode de sélection aléatoire

NOTE 1 Cette définition est moins limitative que celle donnée dans l'ISO 3534-2 et permet d'admettre des populations infinies.

NOTE 2 Lorsque l'échantillon de n unités d'échantillonnage est prélevé d'un **espace d'échantillon** (2.1) fini, chacune des combinaisons possibles de n unités d'échantillonnage aura une **probabilité** (2.5) particulière d'être prélevée. Pour les plans d'échantillonnage d'enquête, la probabilité particulière pour chaque combinaison possible peut être calculée à l'avance.

NOTE 3 Pour l'échantillonnage d'enquête réalisé à partir d'un espace d'échantillon fini, il est possible de prélever un échantillon aléatoire par différents plans d'échantillonnage tels que l'échantillonnage stratifié aléatoire, l'échantillonnage systématique aléatoire, l'échantillonnage en grappe, l'échantillonnage avec probabilité d'échantillonnage proportionnel à l'effectif d'une variable auxiliaire et de nombreuses autres possibilités.

NOTE 4 La définition fait généralement référence aux **valeurs observées** (1.4) réellement. Ces valeurs observées sont considérées comme des réalisations de **variables aléatoires** (2.10), où chaque valeur observée correspond à une variable aléatoire. Lorsque des **estimateurs** (1.12), des statistiques de test pour **tests statistiques** (1.48) ou des **intervalles de confiance** (1.28) sont dérivés d'un échantillon aléatoire, la définition fait référence aux variables aléatoires issues d'entités abstraites dans l'échantillon plutôt qu'aux valeurs observées réellement de ces variables aléatoires.

NOTE 5 Des échantillons aléatoires prélevés de populations infinies sont souvent générés par des prélèvements répétés de l'espace d'échantillon et donnent lieu à un échantillon composé de variables aléatoires indépendantes distribuées de manière identique en utilisant l'interprétation de cette définition indiquée dans la Note 4.

1.7
simple random sample
⟨finite population⟩ **random sample** (1.6) such that each subset of a given size has the same probability of selection

NOTE This definition is in harmony with the definition given in ISO 3534-2, although the wording here is slightly different.

1.7
échantillon simple aléatoire
⟨population finie⟩ **échantillon aléatoire** (1.6) tel que chacun des sous-ensembles d’une taille donnée ait la même probabilité de sélection

NOTE Cette définition concorde avec celle donnée dans l'ISO 3534-2, même si le libellé est légèrement différent.

1.8
statistic
completely specified function of **random variables** (2.10)

NOTE 1 A statistic is a function of random variables in a **random sample** (1.6) in the sense given in Note 4 of 1.6.

NOTE 2 Referring to Note 1, if $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ is a random sample from a **normal distribution** (2.50) with unknown **mean** (2.35) μ and unknown **standard deviation** (2.37) σ, then the expression $(X_1 + X_2 + ... + X_n)/n$ is a statistic, the **sample mean** (1.15), whereas $[(X_1 + X_2 + ... + X_n)/n] - \mu$ is not a statistic as it involves the unknown value of the **parameter** (2.9) μ.

NOTE 3 The definition given here is a technical one, corresponding to the treatment found in mathematical statistics. In application settings, the plural of statistic, namely statistics, can refer to the technical discipline involving the analysis activities described in ISO/TC 69 International Standards.

1.8
statistique
fonction totalement spécifiée de **variables aléatoires** (2.10)

NOTE 1 Une statistique est une fonction des variables aléatoires d'un **échantillon aléatoire** (1.6) au sens donné dans la Note 4 en 1.6.

NOTE 2 En référence à la Note 1, si $(X_1, X_2, ..., X_n)$ est un échantillon aléatoire issu d'**une loi normale** (2.50) à **moyenne** (2.35) μ inconnue et **écart-type** (2.37) σ inconnu, l'expression $(X_1 + X_2 + ... + X_n)/n$ est une statistique, la **moyenne d'échantillon** (1.15), alors que $[(X_1 + X_2 + ... + X_n)/n] - \mu$ n'est pas une statistique dans la mesure où elle implique la valeur inconnue du **paramètre** (2.9) μ.

NOTE 3 La présente définition relève du domaine technique de la statistique mathématique. Dans les applications, le pluriel de «statistique», nommé «statistiques», peut faire référence à la discipline technique comprenant les activités d'analyse de données décrites dans les Normes internationales de l'ISO/TC 69.

1.9
order statistic

statistic (1.8) determined by its ranking in a non-decreasing arrangement of **random variables** (2.10)

EXAMPLE Let the observed values of a sample be 9, 13, 7, 6, 13, 7, 19, 6, 10, and 7. The observed values of the order statistics are 6, 6, 7, 7, 7, 9, 10, 13, 13, 19. These values constitute realizations of $X_{(1)}$ through $X_{(10)}$.

NOTE 1 Let the **observed values** (1.4) of a **random sample** (1.6) be $\{x_1, x_2,\ldots, x_n\}$ and once sorted in non-decreasing order designated as $x_{(1)} \leqslant \ldots \leqslant x_{(k)} \leqslant \ldots \leqslant x_{(n)}$. Then $(x_{(1)},\ldots, x_{(k)},\ldots, x_{(n)})$ is the observed value of the order statistic $(X_{(1)},\ldots, X_{(k)},\ldots, X_{(n)})$ and $x_{(k)}$ is the observed value of the k^{th} order statistic.

NOTE 2 In practical terms, obtaining the order statistics for a data set amounts to sorting the data as formally described in Note 1. The sorted form of the data set then lends itself to obtaining useful summary statistics as given in the next few definitions.

NOTE 3 Order statistics involve sample values identified by their position after ranking in non-decreasing order. As in the example, it is easier to understand the sorting of sample values (realizations of random variables) rather than the sorting of unobserved random variables. Nevertheless, one can conceive of random variables from a **random sample** (1.6) being arranged in a non-decreasing order. For example, the maximum of n random variables can be studied in advance of its realized value.

NOTE 4 An individual order statistic is a statistic which is a completely specified function of a random variable. This function is simply the identity function with the further identification of position or rank in the sorted set of random variables.

NOTE 5 Tied values pose a potential problem especially for discrete random variables and for realizations that are reported to low resolution. The word “non-decreasing” is used rather than “ascending” as a subtle approach to the problem. It should be emphasized that tied values are retained and not collapsed into the single tied value. In the example above, the two realizations of 6 and 6 are tied values.

NOTE 6 Ordering takes place with reference to the real line and not to the absolute values of the random variables.

NOTE 7 The complete set of order statistics consist of an n dimensional random variable, where n is the number of observations in the sample.

NOTE 8 The components of the order statistic are also referred to as order statistics but with a qualifier that gives the number in the sequence of ordered values of the sample.

NOTE 9 The minimum, the maximum, and for odd-numbered sample sizes, the **sample median** (1.13), are special cases of order statistics. For example, for sample size 11, $X_{(1)}$ is the minimum, $X_{(11)}$ is the maximum and $X_{(6)}$ is the sample median.

1.9
statistique d'ordre

statistique (1.8) déterminée par le rang qu'elle occupe dans un ordre non décroissant de **variables aléatoires** (2.10)

EXEMPLE Soit les valeurs observées d'un échantillon 9, 13, 7, 6, 13, 7, 19, 6, 10, et 7. Les valeurs observées de la statistique d'ordre sont 6, 6, 7, 7, 7, 9, 10, 13, 13, 19. Ces valeurs constituent les réalisations de $X_{(1)}$ à $X_{(10)}$.

NOTE 1 Soit les **valeurs observées** (1.4) d'un **échantillon aléatoire** (1.6) $\{x_1, x_2,\ldots, x_n\}$ rangées dans un ordre non décroissant $x_{(1)} \leqslant \ldots \leqslant x_{(k)} \leqslant \ldots \leqslant x_{(n)}$. Alors $(x_{(1)},\ldots, x_{(k)},\ldots, x_{(n)})$ est la valeur observée de la statistique d'ordre $(X_{(1)},\ldots, X_{(k)},\ldots, X_{(n)})$ et $x_{(k)}$ est la valeur observée de la $k^{\text{ème}}$ statistique d'ordre.

NOTE 2 Dans la pratique, la statistique d'ordre pour un ensemble de données est obtenue en ordonnant les données tel que décrit dans la Note 1. La forme ordonnée de l'ensemble de données permet ensuite d'obtenir des statistiques synthétiques sommaires telles que décrites dans les quelques définitions suivantes.

NOTE 3 Les statistiques d'ordre impliquent des valeurs d'échantillon identifiées par leur position lorsqu'elles sont rangées par ordre non décroissant. Comme dans l'exemple, il est facile de comprendre le classement des valeurs d'échantillon (réalisations de variables aléatoires) plutôt que le classement des variables aléatoires non observées. Cependant, il est possible d'envisager de pouvoir ordonner dans un ordre non décroissant des variables aléatoires issues d'un **échantillon aléatoire** (1.6). Par exemple, le maximum de n variables aléatoires peut être étudié avant que sa valeur soit réalisée.

NOTE 4 Une statistique d'ordre individuelle est une statistique qui est une fonction totalement spécifiée d'une variable aléatoire. Cette fonction est tout simplement la fonction d'identité composée avec l'identification de position ou de rang dans l'ensemble ordonné des variables aléatoires.

NOTE 5 Les valeurs ex-æquo soulèvent un problème potentiel, notamment pour des variables aléatoires discrètes et des réalisations qui sont exprimées avec une faible résolution. L'utilisation de l'expression «non décroissant» au lieu de «ascendant» constitue une approche subtile du problème. Il convient de noter que les valeurs ex-æquo sont conservées et non groupées en une valeur unique. Dans l'exemple ci-dessus, les deux réalisations de 6 et 6 sont des valeurs ex-æquo.

NOTE 6 Le classement est réalisé algébriquement et non avec les valeurs absolues des variables aléatoires.

NOTE 7 L'ensemble complet de statistiques d'ordre est constitué d'une variable aléatoire de n dimensions, où n est le nombre d'observations dans l'échantillon.

NOTE 8 Les composantes de la statistique d'ordre sont également désignées comme des statistiques d'ordre mais avec un qualificatif qui donne le rang dans la séquence des valeurs ordonnées de l'échantillon.

NOTE 9 La taille d’échantillon minimale, la taille d’échantillon maximale et, pour les tailles d’échantillon impaires, **la taille d'échantillon médiane** (1.13) sont des cas particuliers de statistiques d’ordre. Par exemple, pour la taille d’échantillon 11, $X_{(1)}$ est la taille d’échantillon minimale, $X_{(11)}$ est la taille d’échantillon maximale et $X_{(6)}$ est la taille d’échantillon médiane.

1.10
sample range

largest **order statistic** (1.9) minus the smallest order statistic

EXAMPLE Continuing with the example from 1.9, the observed sample range is 19 – 6 = 13.

NOTE In statistical process control, the sample range is often used to monitor the dispersion over time of a process, particularly when the sample sizes are relatively small.

1.10
étendue d'échantillon

plus grande **statistique d'ordre** (1.9) moins la plus petite statistique d'ordre

EXEMPLE En reprenant l'exemple donné en 1.9, l'étendue d'échantillon observée est 19 – 6 = 13.

NOTE En maîtrise statistique des processus, l'étendue d'échantillon est souvent utilisée pour surveiller la dispersion dans le temps d'un processus, notamment lorsque les effectifs d'échantillon sont relativement petits.

1.11
mid-range

average (1.15) of smallest and largest **order statistics** (1.9)

EXAMPLE The observed mid-range for the example values in 1.9 is (6+19)/2 = 12,5.

NOTE The mid-range provides a quick and simple assessment of the middle of small data sets.

1.11
milieu de l'étendue

moyenne (1.15) de la plus petite et de la plus grande des **statistiques d'ordre** (1.9)

EXEMPLE Le milieu de l'étendue observée pour les valeurs de l'exemple donné en 1.9 est (6 +19)/2 = 12,5.

NOTE Le milieu de l'étendue fournit une évaluation rapide et simple du milieu d'un petit jeu de données.

1.12
estimator

$\hat{\theta}$

statistic (1.8) used in **estimation** (1.36) of the parameter θ

NOTE 1 An estimator could be the **sample mean** (1.15) intended to estimate the population **mean** (2.35), which could be denoted by μ. For a **distribution** (2.11) such as the **normal distribution** (2.50), the “natural” estimator of the population mean μ is the sample mean.

NOTE 2 For estimating a population property [e.g. the **mode** (2.27) for a **univariate distribution** (2.16)], an appropriate estimator could be a function of the estimator(s) of the parameter(s) of a distribution or could be a complex function of a **random sample** (1.6).

NOTE 3 The term “estimator“ is used here in a broad sense. It includes the point estimator for a parameter, as well as the interval estimator which is possibly used for prediction (sometimes referred to as a predictor). Estimator also can include functions such as kernel estimators and other special purpose statistics. Additional discussion is provided in the notes to 1.36.

1.12
estimateur

$\hat{\theta}$

statistique (1.8) utilisée pour une **estimation** (1.36) du paramètre θ

NOTE 1 Un estimateur peut être la **moyenne d'échantillon** (1.15) destinée à estimer la **moyenne** (2.35) de population qui peut être notée μ. Pour une **distribution** (2.11) telle que la **loi normale** (2.50), l'estimateur «naturel» de la moyenne de la population μ est la moyenne d'échantillon.

NOTE 2 Pour estimer une propriété de population [par exemple le **mode** (2.27) d'une **distribution à une variable** (2.16)], un estimateur approprié peut être une fonction du ou des estimateurs du ou des paramètres d'une distribution ou une fonction complexe d'un **échantillon aléatoire** (1.6).

NOTE 3 Le terme «estimateur» est utilisé ici dans un sens large. Il comprend l'estimateur ponctuel d'un paramètre, ainsi que l'estimateur par intervalle éventuellement utilisé pour la prédiction (parfois appelé prédicteur). Il peut également comprendre des fonctions telles que l'estimateur noyau et d'autres statistiques à usage spécial. Des commentaires supplémentaires sont fournis dans les notes en 1.36.

1.13
sample median

[(n+1)/2]th **order statistic** (1.9), if the **sample size** (see ISO 3534-2:2006, 1.2.26) n is odd; sum of the (n/2)th and [(n/2) + 1]th order statistics divided by 2, if the sample size n is even

EXAMPLE Continuing with the example of 1.9, the value of 8 is a realization of the sample median. In this case (even sample size of 10), the 5th and 6th values were 7 and 9, whose average equals 8. In practice, this would be reported as “the sample median is 8”, although strictly speaking, the sample median is defined as a random variable.

NOTE 1 For a **random sample** (1.6) of sample size n whose **random variables** (2.10) are arranged in non-decreasing order from 1 to n, the sample median is the (n+1)/2th random variable if the sample size is odd. If the sample size n is even, then the sample median is the average of the (n/2)th and (n+1)/2th random variables.

NOTE 2 Conceptually, it may seem impossible to conduct an ordering of random variables which have not yet been observed. Nevertheless, the structure for understanding order statistics can be established so that upon observation, the analysis may proceed. In practice, one obtains observed values and through sorting the values, one obtains realizations of the order statistics. These realizations can then be interpreted from the structure of order statistics from a random sample.

NOTE 3 The sample median provides an estimator of the middle of a distribution, with half of the sample to each side of it.

NOTE 4 In practice, the sample median is useful in providing an estimator that is insensitive to very extreme values in a data set. For example, median incomes and median housing prices are frequently reported as summary values.

1.13
médiane d'échantillon

[(n+1)/2]ème **statistique d'ordre** (1.9), si l'**effectif d'échantillon** (ISO 3534-2:2006, 1.2.26) n est impair; somme de la (n/2)ème et de la [(n/2)+1]ème statistique d'ordre divisée par 2, si l'effectif d'échantillon n est pair

EXEMPLE En reprenant l'exemple donné en 1.9, la valeur de 8 est une réalisation de la médiane d'échantillon. Dans ce cas (effectif d'échantillon pair de 10), lorsque les cinquième et sixième valeurs sont 7 et 9, leur moyenne est égale à 8. Dans la pratique, ce serait reporté comme «la médiane d'échantillon est 8», bien que strictement parlant, la médiane d'échantillon est définie par une variable aléatoire.

NOTE 1 Pour un **échantillon aléatoire** (1.6) d'effectif n dont les **variables aléatoires** (2.10) sont rangées par ordre non décroissant de 1 à n, la médiane d'échantillon est la (n+1)/deuxième variable aléatoire si l'effectif d'échantillon est impair. Si l'effectif d'échantillon n est pair, la médiane d'échantillon est alors la moyenne des (n/2)$^{\text{ème}}$ et (n+1)/deuxième variables aléatoires.

NOTE 2 En théorie, il peut paraître impossible de ranger des variables aléatoires qui n'ont pas encore été observées. Cependant, la structure permettant de comprendre la statistique d'ordre peut être établie de manière à pouvoir réaliser l'analyse dès l'observation. Dans la pratique, on obtient des valeurs observées et en rangeant les valeurs, il est possible de parvenir à des réalisations de la statistique d'ordre. Ces réalisations peuvent ensuite être interprétées à partir de la structure de la statistique d'ordre d'un échantillon aléatoire.

NOTE 3 La médiane d'échantillon fournit un estimateur du centre d'une distribution avec la moitié de l'échantillon de chaque côté.

NOTE 4 Dans la pratique, l'utilité de la médiane d'échantillon est de fournir un estimateur insensible aux valeurs extrêmes d'un ensemble de données. Par exemple, les revenus médians et les prix médians des logements sont fréquemment utilisés comme des valeurs synthétiques.

1.14
sample moment of order k
$E\left(X^k\right)$
sum of k^{th} power of **random variables** (2.10) in a **random sample** (1.6) divided by the number of observations in the **sample** (1.3)

NOTE 1 For a random sample of sample size n, i.e. $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$, the sample moment of order k, $E(X^k)$, is

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k$$

NOTE 2 Furthermore, this concept can be described as the sample moment of order k about zero.

NOTE 3 The sample moment of order 1 will be seen in the next definition to be the **sample mean** (1.15).

NOTE 4 Although the definition is given for arbitrary k, commonly used instances in practice involve k = 1 [**sample mean** (1.15)], k = 2 [associated with the **sample variance** (1.16) and **sample standard deviation** (1.17)], k = 3 [related to **sample coefficient of skewness** (1.20)] and k = 4 [related to **sample coefficient of kurtosis** (1.21)].

NOTE 5 The “E” in $E\left(X^k\right)$ comes from the “expected value” or “expectation” of the random variable X.

1.14
moment d'échantillon d'ordre k
$E\left(X^k\right)$
somme de la $k^{\text{ème}}$ puissance des **variables aléatoires** (2.10) d'un **échantillon aléatoire** (1.6), divisée par le nombre d'observations dans l'**échantillon** (1.3)

NOTE 1 Pour un échantillon aléatoire d'effectif n, c'est-à-dire $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$, le moment d'échantillon d'ordre k, $E(X^k)$, est:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k$$

NOTE 2 En outre, ce concept peut être décrit comme le moment d'échantillon d'ordre k par rapport à zéro.

NOTE 3 Le moment d'échantillon d'ordre 1 sera considéré dans la définition suivante comme la **moyenne d'échantillon** (1.15).

NOTE 4 Bien que la définition considère une valeur quelconque de k les exemples les plus couramment utilisés dans la pratique impliquent des valeurs de k = 1 [**moyenne d'échantillon** (1.15)], k = 2 [associée à la **variance d'échantillon** (1.16) et à l'**écart-type d'échantillon** (1.17)], k = 3 [relative au **coefficient d'asymétrie d'échantillon** (1.20)] et k = 4 [relative au **coefficient d'aplatissement d'échantillon** (1.21)].

NOTE 5 Le «E» dans $E\left(X^k\right)$ provient de la «valeur espérée» ou de «l'espérance mathématique» de la variable aléatoire X.

1.15
sample mean
average
arithmetic mean
sum of **random variables** (2.10) in a **random sample** (1.6) divided by the number of terms in the sum

EXAMPLE Continuing with the example from 1.9, the realization of the sample mean is 9,7 as the sum of the observed values is 97 and the sample size is 10.

NOTE 1 Considered as a statistic, the sample mean is a function of random variables from a random sample in the sense given in Note 3 of 1.8. One must distinguish this estimator from the numerical value of the sample mean calculated from the **observed values** (1.4) in the random sample.

NOTE 2 The sample mean considered as a statistic is often used as an estimator for the population **mean** (2.35). A common synonym is arithmetic mean.

NOTE 3 For a random sample of sample size n, i.e. $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$, the sample mean is:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

NOTE 4 The sample mean can be recognized as the sample moment of order 1.

NOTE 5 For sample size 2, the sample mean, the **sample median** (1.13) and **mid-range** (1.11) are the same.

1.15
moyenne d'échantillon
moyenne
moyenne arithmétique
somme des **variables aléatoires** (2.10) dans un **échantillon aléatoire** (1.6) divisée par le nombre de termes de la somme

EXEMPLE En reprenant l'exemple donné en 1.9, la réalisation de la moyenne d'échantillon est 9,7 lorsque la somme des valeurs observées est égale à 97 et l'effectif d'échantillon est de 10.

NOTE 1 Considérée comme une statistique, la moyenne d'échantillon est une fonction des variables aléatoires d'un échantillon aléatoire au sens donné dans la Note 3 en 1.8. Il faut différencier cet estimateur de la valeur numérique de la moyenne d'échantillon calculée à partir des **valeurs observées** (1.4) dans l'échantillon aléatoire.

NOTE 2 La moyenne d'échantillon considérée comme une statistique est souvent utilisée comme un estimateur de la **moyenne** (2.35) d'une population. Un synonyme courant est la moyenne arithmétique.

NOTE 3 Pour un échantillon aléatoire d'effectif n, c'est-à-dire, $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$, la moyenne d'échantillon est:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

NOTE 4 La moyenne d'échantillon peut être considérée comme le moment d'échantillon d'ordre 1.

NOTE 5 Pour une taille d'échantillon de 2, la moyenne d'échantillon, la **médiane d'échantillon** (1.13) et le **milieu de l'étendue** (1.11) sont les mêmes.

1.16
sample variance
S^2
sum of squared deviations of **random variables** (2.10) in a **random sample** (1.6) from their **sample mean** (1.15) divided by the number of terms in the sum minus one

EXAMPLE Continuing with the numerical example of 1.9, the sample variance can be computed to be 17,57. The sum of squares about the observed sample mean is 158,10 and the sample size 10 minus 1 is 9, giving the appropriate denominator.

NOTE 1 Considered as a **statistic** (1.8), the sample variance S^2 is a function of random variables from a random sample. One has to distinguish this **estimator** (1.12) from the numerical value of the sample variance calculated from the **observed values** (1.4) in the random sample. This numerical value is called the empirical sample variance or the observed sample variance and is usually denoted by s^2.

NOTE 2 For a random sample of sample size n, i.e. $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ with sample mean $\overline{X}$ the sample variance is:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

NOTE 3 The sample variance is a statistic that is “almost” the average of the squared deviations of the **random variables** (2.10) from their sample mean (only "almost" since $n - 1$ is used rather than n in the denominator). Using $n - 1$ provides an **unbiased estimator** (1.34) of the population **variance** (2.36).

NOTE 4 The quantity $n - 1$ is known as the **degrees of freedom** (2.54).

NOTE 5 The sample variance can be recognized to be the 2nd sample moment of the **standardized sample random variables** (1.19).

1.16
variance d'échantillon
S^2
somme des carrés des écarts des **variables aléatoires** (2.10) d'un **échantillon aléatoire** (1.6) par rapport à leur **moyenne d'échantillon** (1.15), divisée par le nombre de termes de la somme moins un

EXEMPLE En reprenant l'exemple numérique donné en 1.9, la variance d'échantillon peut être calculée comme égale à 17,57. La somme des carrés par rapport à la moyenne d'échantillon observée est égale à 158,10 et l'effectif d'échantillon 10 moins 1 est de 9, donnant le dénominateur approprié.

NOTE 1 Considérée comme une **statistique** (1.8), la variance d'échantillon S^2 est une fonction des variables aléatoires d'un échantillon aléatoire. Il faut différencier cet **estimateur** (1.12) de la valeur numérique de la variance d'échantillon calculée à partir des **valeurs observées** (1.4) dans l'échantillon aléatoire. Cette valeur numérique est appelée la variance d'échantillon empirique ou la variance d'échantillon observée et est généralement notée s^2.

NOTE 2 Pour un échantillon aléatoire d'effectif n, c'est-à-dire $(X_1, X_2, ..., X_n)$ avec pour moyenne d'échantillon $\overline{X}$, la variance d'échantillon est:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

NOTE 3 La variance d'échantillon est une statistique qui est «presque» la moyenne des carrés des écarts des **variables aléatoires** (2.10) par rapport à leur moyenne d'échantillon (étant donné que $n - 1$ est utilisé plutôt que n dans le dénominateur). L'utilisation de $n - 1$ fournit un **estimateur sans biais** (1.34) de la **variance** (2.36) de la population.

NOTE 4 La grandeur $n - 1$ est appelée **degrés de liberté** (2.54).

NOTE 5 La variance d’échantillon peut être reconnue comme étant le deuxième moment de distribution d’échantillonnage des **variables aléatoires centrées réduites d'échantillon** (1.19).

1.17
sample standard deviation
S
non-negative square root of the **sample variance** (1.16)

EXAMPLE Continuing with the numerical example of 1.9, the observed sample standard deviation is 4,192 since the observed sample variance is 17,57.

NOTE 1 In practice, the **sample standard deviation** is used to estimate the **standard deviation** (2.37). Here again, it should be emphasized that S is also a **random variable** (2.10) and not a realization from a **random sample** (1.6).

NOTE 2 The sample standard deviation is a measure of the dispersion of a **distribution** (2.11).

1.17
écart-type d'échantillon
S
racine carrée de la **variance d'échantillon** (1.16)

EXEMPLE En reprenant l'exemple numérique donné en 1.9, l'écart-type d'échantillon observé est égal à 4,192 étant donné que la variance d'échantillon observée est égale à 17,57.

NOTE 1 Dans la pratique, l'**écart-type d'échantillon** est utilisé pour estimer l'**écart-type** (2.37). De nouveau, il convient de noter que S est une **variable aléatoire** (2.10) et non une réalisation d'un **échantillon aléatoire** (1.6).

NOTE 2 L'écart-type d'échantillon est une mesure de la dispersion d'une **distribution** (2.11).

1.18
sample coefficient of variation
sample standard deviation (1.17) divided by the **sample mean** (1.15)

NOTE As with the **coefficient of variation** (2.38), the utility of this statistic is limited to populations that are positive valued. The sample coefficient of variation is commonly reported as a percentage. It is particularly applicable where variation increases in proportion to the mean.

1.18
coefficient de variation d'échantillon
écart-type d'échantillon (1.17) divisé par la **moyenne d'échantillon** (1.15)

NOTE À l'instar du **coefficient de variation** (2.38), l'utilité de cette statistique est limitée aux populations à valeurs positives. Le coefficient de variation d'échantillon est couramment exprimé en pourcentage. Il s'applique en particulier lorsque la variation croît proportionnellement à la moyenne.

1.19
standardized sample random variable
random variable (2.10) minus its **sample mean** (1.15) divided by the **sample standard deviation** (1.17)

EXAMPLE For the example of 1.9, the observed sample mean is 9,7 and the observed sample standard deviation is 4,192. Hence, the observed standardized random variables (to two decimal places) are:

$-0,17$; $0,79$; $-0,64$; $-0,88$; $0,79$; $-0,64$; $2,22$; $-0,88$; $0,07$; $-0,64$.

NOTE 1 The standardized sample random variable is distinguished from its theoretical counterpart **standardized random variable** (2.33). The intent of standardizing is to transform random variables to have zero means and unit standard deviations, for ease in interpretation and comparison.

NOTE 2 Standardized observed values have an observed mean of zero and an observed standard deviation of 1.

1.19
variable aléatoire centrée réduite d'échantillon
variable aléatoire (2.10) moins sa **moyenne d'échantillon** (1.15) divisée par l'**écart-type d'échantillon** (1.17)

EXEMPLE Pour l'exemple donné en 1.9, la moyenne d'échantillon observée est égale à 9,7 et l'écart-type d'échantillon observé est de 4,192. Ainsi, les variables aléatoires centrées réduites observées (à deux décimales) sont:

$-0,17$; $0,79$; $-0,64$; $-0,88$; $0,79$; $-0,64$; $2,22$; $-0,88$; $0,07$; $-0,64$.

NOTE 1 La variable aléatoire centrée réduite d'échantillon est différenciée de sa contrepartie théorique, la **variable aléatoire centrée réduite** (2.33). Le centrage-réduction a pour objet de transformer des variables aléatoires de manière à obtenir des moyennes égales à zéro et des écarts-types unitaires et faciliter l'interprétation et la comparaison.

NOTE 2 Les valeurs observées centrées réduites ont une moyenne observée de zéro et un écart-type observé de 1.

1.20
sample coefficient of skewness

arithmetic mean of the third power of the **standardized sample random variables** (1.19) from a **random sample** (1.6)

EXAMPLE Continuing with the example from 1.9, the observed sample coefficient of skewness can be computed to be 0,971 88. For a sample size such as 10 in this example, the sample coefficient of skewness is highly variable, so it must be used with caution. Using the alternative formula in Note 1, the computed value is 1,349 83.

NOTE 1 The formula corresponding to the definition is

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{S}\right)^3$$

Some statistical packages use the following formula for the sample coefficient of skewness to correct for **bias** (1.33):

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n} Z_i^3$$

where

$$Z_\mathrm{i}=\frac{X_i-\overline{X}}{S}$$

For a large sample size, the distinction between the two estimates is negligible. The ratio of the unbiased to the biased estimate is 1,389 for n = 10, 1,031 for n = 100 and 1,003 for n = 1 000.

NOTE 2 Skewness refers to lack of symmetry. Values of this statistic close to zero suggest that the underlying distribution is approximately symmetric, whereas non-zero values would likely correspond to a distribution having occasional extreme values on one side of the centre of the distribution. Skewed data would also be reflected in values of the **sample mean** (1.15) and **sample median** (1.13) that are dissimilar. Positively skewed (right-skewed) data indicate the possible presence of a few extreme, large observations. Similarly, negatively skewed (left-skewed) data indicate the possible presence of a few extreme, small observations.

NOTE 3 The sample coefficient of skewness can be recognized to be the 3rd sample moment of the **standardized sample random variables** (1.19).

1.20
coefficient d'asymétrie d'échantillon

moyenne arithmétique de la troisième puissance des **variables aléatoires centrées réduites d'échantillon** (1.19) pour un **échantillon aléatoire** (1.6)

EXEMPLE En reprenant l'exemple donné en 1.9, le coefficient d'asymétrie d'échantillon observé peut être calculé comme égal à 0,971 88. Pour l'effectif d'échantillon de 10 le coefficient d'asymétrie d'échantillon est fortement variable et est donc à utiliser avec prudence. En utilisant la formule alternative de la Note 1, la valeur calculée est 1,349 83.

NOTE 1 La formule correspondant à la définition est la suivante:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{S}\right)^3$$

Certains progiciels statistiques utilisent la formule suivante pour corriger le **biais** (1.33) dans le coefficient d'asymétrie d'échantillon:

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n} Z_i^3$$

où

$$Z_\mathrm{i}=\frac{X_i-\overline{X}}{S}$$

Pour une grande taille d'échantillon, la différence entre les deux estimations est négligeable. Le rapport entre l'estimation avec biais et celle sans biais est 1,389 pour n = 10, 1,031 pour n = 100 et 1,003 pour n = 1 000.

NOTE 2 L'asymétrie désigne le manque de symétrie. Des valeurs de cette statistique proches de zéro suggèrent que la distribution sous-jacente est approximativement symétrique, alors que des valeurs non nulles pourraient correspondre à une distribution présentant des valeurs extrêmes particulières situées d'un côté du centre de la distribution. Les données asymétriques pourraient également correspondre à des valeurs de la **moyenne d'échantillon** (1.15) et de la **médiane d'échantillon** (1.13) qui sont dissemblables. Les données positivement asymétriques (asymétriques vers la droite) indiquent l'éventuelle présence de quelques fortes observations extrêmes. Dans le même ordre d'idée, des données négativement asymétriques (asymétriques vers la gauche) indiquent l'éventuelle présence de quelques faibles observations extrêmes.

NOTE 3 Le coefficient d'asymétrie d'échantillon peut être considéré comme le troisième moment d'échantillon des **variables aléatoires centrées réduites d'échantillon** (1.19).

1.21
sample coefficient of kurtosis

arithmetic mean of the fourth power of the **standardized sample random variables** (1.19) from a **random sample** (1.6)

EXAMPLE Continuing with the example from 1.9, the observed sample coefficient of kurtosis can be computed to be 2,674 19. For such a sample size as 10 in this example, the sample coefficient of kurtosis is highly variable, so it must be used with caution. Statistical packages use various adjustments in computing the sample coefficient of kurtosis (see Note 3 of 2.40). Using the alternate formula given in Note 1, the computed value is 0,436 05. The two values 2,674 19 and 0,436 05 are not comparable directly. To do so, take 2,674 19 – 3 (to relate to the kurtosis of the normal distribution which is 3) which equals −0,325 81 which now can be appropriately compared to 0,436 05.

NOTE 1 The formula corresponding to the definition is:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{S}\right)^4$$

Some statistical packages use the following formula for the sample coefficient of kurtosis to correct for **bias** (1.33) and to indicate the deviation from the kurtosis of the normal distribution (which equals 3):

$$\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}\sum_{i=1}^{n} Z_i^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

where

$$Z_i = \frac{X_i-\overline{X}}{S}$$

The second term in the expression is approximately 3 for large n. Sometimes the kurtosis is reported as a value as defined in 2.40 minus 3 to emphasize comparisons to the normal distribution. Obviously, a practitioner needs to be aware of the adjustments, if any, in statistical package computations.

NOTE 2 Kurtosis refers to the heaviness of the tails of a (unimodal) distribution. For the **normal distribution** (2.50), the sample coefficient of kurtosis is approximately 3, subject to sampling variability. In practice, the kurtosis of the normal distribution provides a benchmark or baseline value. **Distributions** (2.11) with values smaller than 3 have lighter tails than the normal distribution; distributions with values larger than 3 have heavier tails than the normal distribution.

1.21
coefficient d'aplatissement d'échantillon

moyenne arithmétique de la quatrième puissance des **variables aléatoires centrées réduites d'échantillon** (1.19) pour un **échantillon aléatoire** (1.6)

EXEMPLE En reprenant l'exemple donné en 1.9, le coefficient d'aplatissement d'échantillon observé peut être calculé comme égal à 2,674 19. Pour l'effectif d'échantillon de 10 le coefficient d'aplatissement d'échantillon est fortement variable et est donc à utiliser avec prudence. Les progiciels statistiques utilisent différents ajustements pour calculer le coefficient d'aplatissement (voir Note 3 en 2.40). En utilisant la formule alternative donnée dans la Note 1, la valeur calculée est 0,436 05. Les deux valeurs 2,674 19 et 0,436 05 ne sont pas directement comparables. Pour ce faire, il convient de prendre 2,674 19 – 3 (pour se reporter à l'aplatissement de la loi normale, qui est de 3), qui est égal à −0,325 81 qui peut maintenant être comparé correctement à 0,436 05.

NOTE 1 La formule correspondant à la définition est la suivante:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\overline{X}}{S}\right)^4$$

Certains progiciels statistiques utilisent la formule suivante dans le calcul du coefficient d'asymétrie d'échantillon afin de corriger le **biais** (1.33) et indiquer l'écart de la loi normale par rapport à l'aplatissement (qui est égal à 3):

$$\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}\sum_{i=1}^{n} Z_i^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

où

$$Z_i = \frac{X_i-\overline{X}}{S}$$

Le second terme de l'expression est approximativement 3 pour un grand n. L'aplatissement est parfois reporté comme une valeur telle que définie en 2.40 moins 3 pour améliorer la comparaison avec la loi normale. Évidemment, un praticien a besoin d'être informé des ajustements, le cas échéant, dans les calculs informatiques de statistique.

NOTE 2 L'aplatissement fait référence à la lourdeur des queues d'une distribution unimodale. Pour la **loi normale** (2.50), le coefficient d'aplatissement d'échantillon est d'environ 3 sous réserve de la variabilité d'échantillonnage. Dans la pratique, l'aplatissement de la loi normale fournit une valeur repère ou de référence. Les **distributions** (2.11) à valeurs inférieures à 3 ont des queues plus légères que la loi normale; les distributions à valeurs supérieures à 3 ont des queues plus lourdes que la loi normale.

NOTE 3 For observed values of kurtosis much larger than 3, the possibility exists that the underlying distribution has genuinely heavier tails than the normal distribution. A sample could be contaminated by observations from another source or from a coding error.

NOTE 4 The sample coefficient of kurtosis can be recognized to be the 4*th* sample moment of the standardized sample random variables.

1.22
sample covariance

S_{XY}

sum of products of deviations of pairs of **random variables** (2.10) in a **random sample** (1.6) from their **sample means** (1.15) divided by the number of terms in the sum minus one

EXAMPLE 1 Consider the following numerical illustration using 10 observed 3-tuples (triplets) of values. For this example, consider only x and y.

Table 1 — Results for Example 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	38	41	24	60	41	51	58	50	65	33
y	73	74	43	107	65	73	99	72	100	48
z	34	31	40	28	35	28	32	27	27	31

The observed sample mean for X is 46,1 and for Y is 75,4. The sample covariance is equal to

$$[(38 - 46,1) \times (73 - 75,4) + (41 - 46,1) \times (74 - 75,4) + \ldots + (33 - 46,1) \times (48 - 75,4)]/9 = 257,178$$

EXAMPLE 2 In the table of the previous example, consider only y and z. The observed sample mean for Z is 31,3. The sample covariance is equal to

$$[(73 - 75,4) \times (34 - 31,3) + (74 - 75,4) \times (74 - 31,3) + \ldots + (48 - 75,4) \times (31 - 31,3)]/9 = -54,356$$

NOTE 3 Pour des valeurs d'aplatissement observées beaucoup plus élevées que 3, il est possible que la distribution sous-jacente présente des queues largement plus lourdes que la loi normale. Un échantillon peut être contaminé par des observations provenant d'une autre source ou d'une erreur de codage.

NOTE 4 Le coefficient d'aplatissement d'échantillon peut être considéré comme le quatrième moment d'échantillon des variables aléatoires centrées réduites d'échantillon.

1.22
covariance d'échantillon

S_{XY}

somme des produits des écarts des couples de **variables aléatoires** (2.10) d'un **échantillon aléatoire** (1.6) par rapport à leur **moyenne d'échantillon** (1.15), divisée par le nombre de termes de la somme moins un

EXEMPLE 1 Soit la représentation numérique suivante utilisant 10 valeurs observées à 3-tuples (triplets). Dans cet exemple ne sont considérés que x et y.

Tableau 1 — Résultats pour l'Exemple 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	38	41	24	60	41	51	58	50	65	33
y	73	74	43	107	65	73	99	72	100	48
z	34	31	40	28	35	28	32	27	27	31

La moyenne d'échantillon observée est de 46,1 pour X et de 75,4. pour Y. La covariance d'échantillon est égale à

$$[(38 - 46,1) \times (73 - 75,4) + (41 - 46,1) \times (74 - 75,4) + \ldots + (33 - 46,1) \times (48 - 75,4)]/9 = 257,178$$

EXEMPLE 2 Dans le tableau de l'exemple précédent, ne considérer que y et z. La moyenne d'échantillon observée pour Z est de 31,3. La covariance d'échantillon est égale à

$$[(73 - 75,4) \times (34 - 31,3) + (74 - 75,4) \times (74 - 31,3) + \ldots + (48 - 75,4) \times (31 - 31,3)]/9 = -54,356$$

NOTE 1 Considered as a **statistic** (1.8) the sample covariance is a function of pairs of **random variables** [(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), ..., (X_n, Y_n)] from a random sample of size n in the sense given in Note 3 of 1.6. This **estimator** (1.12) needs to be distinguished from the numerical value of the sample covariance calculated from the observed pairs of values of the **sampling units** (1.2) [(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)] in the random sample. This numerical value is called the empirical sample covariance or the observed sample covariance**.**

NOTE 2 The sample covariance S_{XY} is given as:

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)\left(Y_i-\bar{Y}\right)$$

NOTE 3 Using $n-1$ provides an **unbiased estimator** (1.34) of the population **covariance** (2.43).

NOTE 4 The example in Table 1 consists of three variables whereas the definition refers to a pair of variables. In practice, it is common to encounter situations with multiple variables.

NOTE 1 Considérée comme une **statistique** (1.8), la covariance d'échantillon est une fonction des couples des **variables aléatoires** [(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), ..., (X_n, Y_n)] d'un échantillon aléatoire d'effectif n au sens donné dans la Note 3 en 1.6. Cet **estimateur** (1.12) doit être différencié de la valeur numérique de la covariance d'échantillon calculée à partir des couples observés des valeurs des **unités d'échantillonnage** (1.2) [(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)] dans l'échantillon aléatoire. Cette valeur numérique est appelée covariance d'échantillon empirique ou covariance d'échantillon observée.

NOTE 2 La covariance d'échantillon S_{XY} est donnée par:

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)\left(Y_i-\bar{Y}\right)$$

NOTE 3 L'utilisation de $n-1$ fournit un **estimateur sans biais** (1.34) de la **covariance** (2.43) de la population.

NOTE 4 L’exemple dans le Tableau 1 est constitué de trois variables alors que la définition fait référence à un couple de variables. En pratique, il est fréquent de rencontrer des situations avec des variables multiples.

1.23
sample correlation coefficient

r_{xy}

sample covariance (1.22) divided by the product of the corresponding **sample standard deviations** (1.17)

EXAMPLE 1 Continuing with Example 1 of 1.22, the observed standard deviation is 12,948 for X and 21,329 for Y. Hence, the observed sample correlation coefficient (for X and Y) is given by:

257,178/(12,948 × 21,329) = 0,931 2

EXAMPLE 2 Continuing with Example 2 of 1.22, the observed standard deviation is 21,329 for Y and 4,165 for Z. Hence, the observed sample correlation coefficient (for Y and Z) is given by:

−54,356/(21,329 × 4,165) = −0,612

NOTE 1 Notationally, the sample correlation coefficient is computed as:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)\left(Y_i-\overline{Y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2}},$$

This expression is equivalent to the ratio of the sample covariance to the square root of the product of the sample variances. Sometimes the symbol r_{xy} is used to denote the sample correlation coefficient. The observed sample correlation coefficient is based on realizations (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n).

NOTE 2 The observed sample correlation coefficient can take on values in [−1, 1], with values near 1 indicating strong positive correlation and values near −1 indicating strong negative correlation. The sample correlation coefficient indicates the degree of linear relationship between two variables, with values near −1 or 1 indicating a strong linear relationship while values near 0 indicate a weak linear relationship.

1.23
coefficient de corrélation d'échantillon

r_{xy}

covariance d'échantillon (1.22) divisée par le produit des **écarts-types d'échantillon** (1.17) correspondants

EXEMPLE 1 En reprenant l'Exemple 1 donné en 1.22, l'écart-type observé est de 12,948 pour X et de 21,329 pour Y. Ainsi, le coefficient de corrélation d'échantillon observé (pour X et Y) est donné par:

257,178/(12,948 × 21,329) = 0,931 2

EXEMPLE 2 En reprenant l'Exemple 2 donné en 1.22, l'écart-type observé est de 21,329 pour Y et de 4,165 pour Z. Ainsi, le coefficient de corrélation d'échantillon observé (pour Y et Z) est donné par:

−54,356/(21,329 × 4,165) = −0,612

NOTE 1 En termes de notation, le coefficient de corrélation d'échantillon est obtenu de la manière suivante:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)\left(Y_i-\overline{Y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\overline{Y}\right)^2}},$$

L'expression est équivalente au rapport de la covariance d'échantillon à la racine carrée du produit des variances d'échantillon. Parfois le symbole r_{xy} est utilisé pour désigner le coefficient de corrélation d'échantillon. Le coefficient de corrélation d'échantillon observé est fondé sur les réalisations (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n).

NOTE 2 Le coefficient de corrélation d'échantillon observé peut prendre des valeurs dans [−1, 1], les valeurs proches de 1 indiquant une forte corrélation positive et les valeurs proches de −1 indiquant une forte corrélation négative. Le coefficient de corrélation d'échantillon renseigne sur le degré de dépendance linéaire entre deux variables, les valeurs proches de −1 ou de 1 indiquant une forte dépendance linéaire alors que les valeurs proches de 0 indiquent une faible dépendance linéaire.

1.24
standard error

$\sigma_{\hat{\theta}}$

standard deviation (2.37) of an **estimator** (1.12) $\hat{\theta}$

EXAMPLE If the **sample mean** (1.15) is the estimator of the population **mean** (2.35) and the standard deviation of a single **random variable** (2.10) is σ, then the standard error of the sample mean is $\sigma/\sqrt{n}$ where n is the number of observations in the sample. An estimator of the standard error is $S/\sqrt{n}$ where S is the **sample standard deviation** (1.17).

NOTE 1 In practice, the standard error provides a natural estimate of the standard deviation of an estimator.

NOTE 2 There is no (sensible) complementary term "non-standard" error. Standard error can be viewed as an abbreviation for the expression "standard deviation of an estimator". Commonly, in practice, standard error is implicitly referring to the standard deviation of the sample mean. The notation for the standard error of the sample mean is $\sigma_{\bar{X}}$.

1.24
erreur type

$\sigma_{\hat{\theta}}$

écart-type (2.37) d'un **estimateur** (1.12) $\hat{\theta}$

EXEMPLE Si **la moyenne d'échantillon** (1.15) est l'estimateur de la population **moyenne** (2.35) et l'écart-type d'une **variable aléatoire** unique (2.10) est σ, alors l'erreur type de la moyenne d'échantillon est $\sigma/\sqrt{n}$ où n est le nombre d'observations dans l'échantillon. Un estimateur de l'erreur type est $S/\sqrt{n}$ où S est **l'écart-type de l'échantillon** (1.17).

NOTE 1 En pratique, l'erreur type fournit une estimation naturelle de l'écart-type d'un estimateur.

NOTE 2 Il n'y a pas de terme (approprié) complémentaire pour erreur «non type». L'erreur type peut être vue comme une abréviation de l'expression écart-type d'un estimateur. Couramment, en pratique, l'erreur type fait simplement référence à l'écart-type de la moyenne d'échantillon. La notation pour l'erreur type de la moyenne d'échantillon est $\sigma_{\bar{X}}$.

1.25
interval estimator

interval, bounded by an upper limit **statistic** (1.8) and a lower limit statistic

NOTE 1 One of the end points could be $+\infty$, $-\infty$ or a natural limit of the value of a **parameter**. For example, 0 is a natural lower limit for an **interval estimator** of the population **variance** (2.36). In such cases, the intervals are commonly referred to as one-sided intervals.

NOTE 2 An interval estimator can be given in conjunction with **parameter** (2.9) **estimation** (1.36). The interval estimator is presumed to contain a parameter on a stated proportion of occasions, under conditions of repeated sampling, or in some other probabilistic sense.

NOTE 3 Three common types of interval estimators include **confidence intervals** (1.28) for parameter(s), **prediction intervals** (1.30) for future observations, and **statistical tolerance intervals** (1.26) on the proportion of a **distribution** (2.11) contained.

1.25
estimateur par intervalle

intervalle, borné par une **statistique** (1.8) de borne supérieure et une statistique de borne inférieure

NOTE 1 L'une des bornes peut être $+\infty$, $-\infty$ ou une borne naturelle de la valeur d'un **paramètre**. Par exemple, 0 est une borne inférieure naturelle d'un **estimateur par intervalle** de la **variance** (2.36) de la population. Dans ce cas, les intervalles sont couramment désignés comme intervalles unilatéraux.

NOTE 2 Un estimateur par intervalle peut être donné dans le cadre d'une **estimation** (1.36) de **paramètre** (2.9). Un estimateur par intervalle est supposé inclure ce paramètre dans une proportion déclarée d'épreuves, dans des conditions d'échantillonnage répété ou dans un autre sens probabiliste.

NOTE 3 Les trois types courants d'estimateurs par intervalle sont les **intervalles de confiance** (1.28) pour un ou des paramètres, les **intervalles de prédiction** (1.30) pour des observations futures et les **intervalles statistiques de dispersion** (1.26) pour la proportion contenue d'une **distribution** (2.11) contenue.

1.26
statistical tolerance interval
interval determined from a **random sample** (1.6) in such a way that one may have a specified level of confidence that the interval covers at least a specified proportion of the sampled **population** (1.1)

NOTE The confidence in this context is the long-run proportion of intervals constructed in this manner that will include at least the specified proportion of the sampled population.

1.26
intervalle statistique de dispersion
intervalle déterminé à partir d'un **échantillon aléatoire** (1.6) de sorte qu'il existe un niveau spécifié de confiance que l'intervalle couvre au moins une proportion donnée de la **population** (1.1) échantillonnée

NOTE La confiance dans ce contexte est la proportion à long terme des intervalles construits de cette manière qui comprendront au moins la proportion donnée de la population échantillonnée.

1.27
statistical tolerance limit
statistic (1.8) representing an end point of a **statistical tolerance interval** (1.26)

NOTE Statistical tolerance intervals may be either

— one-sided (with one of its limits fixed at the natural boundary of the random variable), in which case they have either an upper or a lower statistical tolerance limit, or

— two-sided, in which case they have both.

A natural boundary of the random variable may provide a limit for a one-sided limit.

1.27
limite statistique de dispersion
statistique (1.8) représentant une borne d'un intervalle **statistique de dispersion** (1.26)

NOTE Les intervalles statistiques de dispersion peuvent être soit

— unilatéraux (avec l’une des limites fixée à la limite naturelle de la variable aléatoire), auquel cas ils ont une limite statistique de dispersion inférieure ou supérieure, soit

— bilatéraux, auquel cas ils ont une limite inférieure et supérieure.

Une limite naturelle de la variable aléatoire peut fournir une limite dans le cas d’une limite unilatérale.

1.28
confidence interval
interval estimator (1.25) (T_0, T_1) for the **parameter** (2.9) θ with the **statistics** (1.8) T_0 and T_1 as interval limits and for which it holds that $P [T_0 < \theta < T_1] \geqslant 1 - \alpha$

NOTE 1 The confidence reflects the proportion of cases that the confidence interval would contain the true parameter value in a long series of repeated **random samples** (1.6) under identical conditions. A confidence interval does not reflect the **probability** (2.5) that the observed interval contains the true value of the parameter (it either does or does not contain it).

NOTE 2 Associated with this confidence interval is the attendant performance characteristic 100(1 − α) %, where α is generally a small number. The performance characteristic, which is called the confidence coefficient or confidence level, is often 95 % or 99 %. The inequality $P [T_0 < \theta < T_1] \geqslant 1 - \alpha$ holds for any specific but unknown population value of θ.

1.28
intervalle de confiance
estimateur par intervalle (1.25) (T_0, T_1) pour le **paramètre** (2.9) θ avec les **statistiques** (1.8) T_0 et T_1 comme limites d’intervalle et pour lequel il est stipulé que $P [T_0 < \theta < T_1] \geqslant 1 - \alpha$

NOTE 1 La confiance reflète la proportion de cas où l'intervalle de confiance contiendrait la valeur vraie du paramètre dans une longue série d'**échantillons aléatoires** (1.6) répétés dans des conditions identiques. Un intervalle de confiance ne reflète pas la **probabilité** (2.5) que l'intervalle observé contienne la valeur vraie du paramètre (qu'il la contienne ou non).

NOTE 2 Cet intervalle de confiance est associé à la caractéristique de performance concomitante 100(1 − α) %, où α est généralement un petit nombre. La caractéristique de performance, appelée niveau de confiance, est souvent de 95 % à 99 %. L'inégalité $P[T_0 < \theta < T_1] \geqslant 1 - \alpha$ s'applique à toute valeur de population spécifique mais inconnue de θ.

1.29
one-sided confidence interval
confidence interval (1.28) with one of its end points fixed at $+\infty$, $-\infty$, or a natural fixed boundary

NOTE 1 Definition 1.28 applies with either T_0 set at $-\infty$ or T_1 set at $+\infty$. One-sided confidence intervals arise in situations where interest focuses strictly on one direction. For example, in audio volume testing for safety concerns in cellular telephones, an upper confidence limit would be of interest indicating an upper bound for the volume produced under presumed safe conditions. For structural mechanical testing, a lower confidence limit on the force at which a device fails would be of interest.

NOTE 2 Another instance of one-sided confidence intervals occurs in situations where a parameter has a natural boundary such as zero. For a **Poisson distribution** (2.47) involved in modelling customer complaints, zero is a lower bound. As another example, a confidence interval for the reliability of an electronic component could be (0,98, 1), where 1 is the natural upper boundary limit.

1.29
intervalle de confiance unilatéral
intervalle de confiance (1.28) dont l'une des bornes est fixée à $+\infty$, $-\infty$ ou une limite fixée naturellement

NOTE 1 La définition 1.28 s'applique tant à T_0 fixé à $-\infty$ qu'à T_1 fixé à $+\infty$. Les intervalles de confiance unilatéraux s'appliquent lorsque l'intérêt ne porte que sur une seule direction. Par exemple, pour des essais de volume sonore de téléphones cellulaires réalisés pour des raisons de sécurité, l'intérêt d'une borne de confiance supérieure serait d'indiquer une borne supérieure pour le volume généré dans des conditions de sécurité présumées. Pour des essais mécaniques de structure, l'intérêt d'une borne de confiance inférieure serait de déterminer la force à laquelle un dispositif présente une défaillance.

NOTE 2 Un autre exemple d'intervalles de confiance unilatéraux est celui appliqué lorsqu'un paramètre a une borne naturelle égale à zéro. Pour une **loi de Poisson** (2.47) utilisée pour modéliser des plaintes d'abonnés, zéro est une borne inférieure. Pour autre exemple, un intervalle de confiance pour la fiabilité d'un composant électronique pourrait être (0,98, 1), où 1 est la limite supérieure naturelle.

1.30
prediction interval
range of values of a variable, derived from a **random sample** (1.6) of values from a continuous population, within which it can be asserted with a given confidence that no fewer than a given number of values in a further random sample from the same **population** (1.1) will fall

NOTE Commonly, interest focuses on a single further observation arising from the same situation as the observations which are the basis of the prediction interval. Another practical context is regression analysis in which a prediction interval is constructed for a spectrum of independent values.

1.30
intervalle de prédiction
étendue de valeurs d'une variable, dérivée d'un **échantillon aléatoire** (1.6) de valeurs d'une population continue, à l'intérieur de laquelle il peut être assuré avec une confiance donnée que pas moins d'un nombre donné de valeurs d'un échantillon aléatoire ultérieur de la même **population** (1.1) ne tombera

NOTE Généralement, l'intérêt se porte sur une seule observation ultérieure provenant de la même situation que les observations qui sont la base de l'intervalle de prédiction. Un autre contexte pratique est l'analyse de régression dans laquelle un intervalle de prédiction est construit à partir d'un spectre de valeurs indépendantes.

1.31
estimate
observed value (1.4) of **an estimato**r (1.12)

NOTE Estimate refers to a numerical value obtained from observed values. With respect to **estimation** (1.36) of a **parameter** (2.9) from an hypothesized **probability distribution** (2.11), estimator refers to the **statistic** (1.8) intended to estimate the parameter and estimate refers to the result using observed values. Sometimes the adjective “point” is inserted before estimate to emphasize that a single value is being produced rather than an interval of values. Similarly, the adjective “interval” is inserted before estimate in cases where interval estimation is taking place.

1.31
estimation (résultat)
valeur observée (1.4) d'**un estimateur** (1.12)

NOTE L'estimation fait référence à une valeur numérique obtenue à partir de valeurs observées. S'agissant de **l'estimation** (1.36) d'un **paramètre** (2.9) sur la base d'une **loi de probabilité** (2.11) supposée, l'estimateur fait référence à la **statistique** (1.8) destinée à estimer le paramètre et l'estimation fait référence au résultat obtenu avec des valeurs observées. L'estimation est parfois associée à l'adjectif «ponctuelle» pour souligner qu'une seule valeur est produite plutôt qu'un intervalle de valeurs. De même, l'estimation est associée à l'expression «par intervalle» lorsqu'il s'agit de réaliser une estimation par intervalle.

1.32
error of estimation
estimate (1.31) minus the **parameter** (2.9) or population property that it is intended to estimate

NOTE 1 Population property may be a function of the parameter or parameters or another quantity related to the **probability distribution** (2.11).

NOTE 2 Estimator error could involve contributions due to sampling, measurement uncertainty, rounding, or other sources. In effect, estimator error represents the bottom line performance of interest to practitioners. Determining the primary contributors to estimator error is a critical element in quality improvement efforts.

1.32
erreur d'estimation
estimation (1.31) moins le **paramètre** (2.9) ou la propriété de la population à estimer

NOTE 1 La propriété de la population peut être une fonction du paramètre ou des paramètres ou une autre quantité relative à la **loi de probabilité** (2.11).

NOTE 2 L'erreur d'estimation peut être due à l'une des causes suivantes: échantillonnage, incertitude de mesure, arrondi ou autres sources d'erreur. En pratique, l'erreur d'estimation représente pour les praticiens la performance de base à considérer. La détermination des contributions principales à l'erreur d'estimation constitue un élément critique dans les efforts d'amélioration de la qualité.

1.33
bias
expectation (2.12) of **error of estimation** (1.32)

NOTE 1 This definition differs from ISO 3534-2:2006 (3.3.2) and VIM:1993 (5.25 and 5.28). Here bias is used in a generic sense as indicated in Note 1 in 1.34.

NOTE 2 The existence of bias can lead to unfortunate consequences in practice. For example, underestimation of the strength of materials due to bias could lead to unexpected failures of a device. In survey sampling, bias could lead to incorrect decisions from a political poll.

1.33
biais
espérance mathématique (2.12) d'une **erreur d'estimation** (1.32)

NOTE 1 La présente définition diffère de celles données dans l'ISO 3534-2:2006 (3.3.2) et le VIM:1993 (5.25 et 5.28). Le biais est utilisé ici dans un sens générique tel qu'indiqué dans la Note 1 en 1.34.

NOTE 2 L’existence d’un biais peut avoir des conséquences fâcheuses dans la pratique. Par exemple, le fait de sous-estimer la résistance de matériaux à cause d’un biais peut avoir comme conséquence des défaillances inattendues au niveau d’un dispositif. Dans l’échantillonnage d’enquête, le biais peut conduire à des décisions incorrectes prises sur la base d’un sondage politique.

1.34
unbiased estimator
estimator (1.12) having **bias** (1.33) equal to zero

EXAMPLE 1 For a **random sample** (1.6) of n independent **random variables** (2.10), each with the same **normal distribution** (2.50) with **mean** (2.35) μ and **standard deviation** (2.37) σ, the **sample mean** $\bar{X}$ (1.15) and the **sample variance** (1.16) S^2 are unbiased estimators for the mean μ and the **variance** (2.36) σ^2, respectively.

EXAMPLE 2 As is mentioned in Note 1 to 1.37 the **maximum likelihood estimator** (1.35) of the variance σ^2 uses the denominator n instead of $n - 1$ and thus is a biased estimator. In applications, the **sample standard deviation** (1.17) receives considerable use but it is important to note that the square root of the sample variance using $n - 1$ is a biased estimator of the population **standard deviation** (2.37).

EXAMPLE 3 For a random sample of n independent pairs of random variables, each pair with the same **bivariate normal distribution** (2.65) with **covariance** (2.43) equal to $\rho\sigma_{XY}$, the **sample covariance** (1.22) is an unbiased estimator for population covariance. The maximum likelihood estimator uses n instead of $n - 1$ in the denominator and thus is biased.

NOTE Estimators that are **unbiased** are desirable in that on average, they give the correct value. Certainly, unbiased estimators provide a useful starting point in the search for "optimal" estimators of population parameters. The definition given here is of a statistical nature.

In everyday usage, practitioners try to avoid introducing bias into a study by ensuring, for example, that the random sample is representative of the population of interest.

1.34
estimateur sans biais
estimateur (1.12) dont le **biais** (1.33) est égal à zéro

EXEMPLE 1 Pour un **échantillon aléatoire** (1.6) de n **variables aléatoires** (2.10) indépendantes ayant chacune la même **loi normale** (2.50) avec **moyenne** (2.35) μ et **écart-type** (2.37) σ, la **moyenne d'échantillon** (1.15) $\bar{X}$ et la **variance d'échantillon** (1.16) S^2 sont des estimateurs sans biais respectivement pour la moyenne μ et la **variance** (2.36) σ^2.

EXEMPLE 2 Comme indiqué dans la Note 1 en 1.37, l'**estimateur du maximum de vraisemblance** (1.35) de la variance σ^2 utilise le dénominateur n au lieu de $n - 1$ et de ce fait est un estimateur biaisé. Dans la pratique, **l'écart-type d'échantillon** (1.17) est largement utilisé mais il est important de noter que la racine carrée de la variance d'échantillon utilisant $n - 1$ est un estimateur biaisé de l'**écart-type** (2.37) de la population.

EXEMPLE 3 Pour un échantillon aléatoire de n couples indépendants de variables aléatoires ayant chacun la même **loi normale à deux variables** (2.65), avec une **covariance** (2.43) égale à $\rho\sigma_{XY}$, la **covariance d'échantillon** (1.22) est un estimateur sans biais pour la covariance de la population. L'estimateur du maximum de vraisemblance utilise le dénominateur n au lieu de $n - 1$ et, de ce fait, est biaisé.

NOTE Les estimateurs **sans biais** sont utiles car, en moyenne, ils donnent la valeur correcte. Les estimateurs sans biais fournissent sans conteste un point de départ utile pour la recherche d'estimateurs «optimaux» des paramètres d'une population. La présente définition est de nature statistique.

Dans la pratique quotidienne, les praticiens tentent d'éviter d'introduire un biais dans une étude en s'assurant, par exemple, que l'échantillon aléatoire est représentatif de la population considérée.

1.35
maximum likelihood estimator

estimator (1.12) assigning the value of the **parameter** (2.9) where the **likelihood function** (1.38) attains or approaches its highest value

NOTE 1 Maximum likelihood estimation is a well-established approach for obtaining parameter estimates where a **distribution** (2.11) has been specified [for example, **normal** (2.50), **gamma** (2.56), **Weibull** (2.63), and so forth]. These estimators have desirable statistical properties (for example, invariance under monotone transformation) and in many situations provide the estimation method of choice. In cases in which the maximum likelihood estimator is biased, a simple **bias** (1.33) correction sometimes takes place. As mentioned in Example 2 of 1.34 the maximum likelihood estimator for the **variance** (2.36) of the normal distribution is biased but it can be corrected by using $n - 1$ rather than n. The extent of the bias in such cases decreases with increasing sample size.

NOTE 2 The abbreviation MLE is commonly used both for maximum likelihood estimator and maximum likelihood estimation with the context indicating the appropriate choice.

1.35
estimateur du maximum de vraisemblance

estimateur (1.12) qui attribue la valeur du **paramètre** (2.9) lorsque la **fonction de vraisemblance** (1.38) atteint ou approche sa valeur la plus élevée

NOTE 1 L'estimation du maximum de vraisemblance est une méthode bien établie pour obtenir des estimations de paramètre lorsqu'une **distribution** (2.11) a été spécifiée [par exemple, **loi normale** (2.50), **loi gamma** (2.56), **loi de Weibull** (2.63), etc.]. Ces estimateurs ont des propriétés statistiques utiles (par exemple, invariance en transformée monotone) et fournissent dans de nombreux cas la méthode d'estimation de choix. Lorsque l'estimateur du maximum de vraisemblance est biaisé, une correction simple de **biais** (1.33) peut avoir lieu. Comme indiqué dans l'Exemple 2 en 1.34, l'estimateur du maximum de vraisemblance pour la variance (2.36) de la loi normale est biaisé mais il peut être corrigé en utilisant $n - 1$ au lieu de n. L'étendue du biais dans de tels cas décroît avec l'augmentation de la taille de l'échantillon.

NOTE 2 L'abréviation EMV est couramment utilisée pour l'estimateur du maximum de vraisemblance et l'estimation du maximum de vraisemblance, le contexte indiquant l'usage.

1.36
estimation

procedure that obtains a statistical representation of a **population** (1.1) from a **random sample** (1.6) drawn from this population

NOTE 1 In particular, the procedure involved in progressing from an **estimator** (1.12) to a specific **estimate** (1.31) constitutes estimation.

NOTE 2 Estimation is understood in a rather broad context to include point estimation, interval estimation or estimation of properties of populations.

NOTE 3 Frequently, a statistical representation refers to the estimation of a **parameter** (2.9) or parameters or a function of parameters from an assumed model. More generally, the representation of the population could be less specific, such as statistics related to impacts from natural disasters (casualties, injuries, property losses and agricultural losses — all of which an emergency manager might wish to estimate).

NOTE 4 Consideration of **descriptive statistics** (1.5) could suggest that an assumed model provides an inadequate representation of the data, such as indicated by a measure of the goodness of fit of the model to the data. In such cases, other models could be considered and the estimation process continued.

1.36
estimation (opération)

opération ayant pour but, à partir d'un **échantillon aléatoire** (1.6) prélevé d'une **population** (1.1), d'obtenir une représentation statistique de cette population

NOTE 1 En particulier, l'opération de passage d'un **estimateur** (1.12) à une **estimation** (1.31) spécifique constitue une estimation.

NOTE 2 Le terme «estimation» est considéré dans un large contexte pour comprendre l'estimation ponctuelle, l'estimation par intervalle ou l'estimation de propriétés de populations.

NOTE 3 Une représentation statistique fait souvent référence à l'estimation d'un **paramètre** (2.9) ou de paramètres ou d'une fonction de paramètres issus d'un modèle supposé. D'une manière plus générale, la représentation de la population peut être moins précise, comme les statistiques relatives aux impacts des catastrophes naturelles (victimes, dommages corporels, pertes de biens, ainsi que les pertes agricoles — tout ce qu'un responsable de l'urgence peut être en droit de vouloir estimer).

NOTE 4 La mise en œuvre d'une **statistique descriptive** (1.5) peut suggérer qu'un modèle supposé fournisse une représentation inappropriée des données, telle qu'indiquée par une mesure de l'adéquation du modèle aux données. Dans ce cas, d'autres modèles peuvent être considérés et le processus d'estimation poursuivi.

1.37
maximum likelihood estimation
estimation (1.36) based upon the **maximum likelihood estimator** (1.35)

NOTE 1 For the **normal distribution** (2.50), the **sample mean** (1.15) is the **maximum likelihood estimator** (1.35) of the **parameter** (2.9) μ while the **sample variance** (1.16), using the denominator n rather than $n-1$, provides the maximum likelihood estimator of σ^2. The denominator $n-1$ is typically used since this value provides an **unbiased estimator** (1.34).

NOTE 2 Maximum likelihood estimation is sometimes used to describe the derivation of an **estimator** (1.12) from the likelihood function.

NOTE 3 Although in some cases, a closed-form expression emerges using maximum likelihood estimation, there are other situations in which the maximum likelihood estimator requires an iterative solution to a set of equations.

NOTE 4 The abbreviation MLE is commonly used both for maximum likelihood estimator and maximum likelihood estimation with the context indicating the appropriate choice.

1.37
estimation du maximum de vraisemblance
estimation (1.36) fondée sur l'**estimateur du maximum de vraisemblance** (1.35)

NOTE 1 Pour la **loi normale** (2.50), la **moyenne d'échantillon** (1.15) est l'**estimateur du maximum de vraisemblance** (1.35) du **paramètre** (2.9) μ tandis que la **variance d'échantillon** (1.16), utilisant le dénominateur n plutôt que $n-1$ fournit l'estimateur du maximum de vraisemblance de σ^2. Le dénominateur $n-1$ est généralement utilisé car cette valeur fournit un **estimateur sans biais** (1.34).

NOTE 2 L'expression «estimation du maximum de vraisemblance» est parfois utilisée pour décrire l'obtention **d'estimateurs** (1.12) à l'aide de la fonction de vraisemblance.

NOTE 3 Bien que dans certains cas l'utilisation de l'estimation du maximum de vraisemblance donne lieu à une expression analytique, il existe d'autres situations où l'estimateur du maximum de vraisemblance nécessite d'appliquer une solution itérative à un ensemble d'équations.

NOTE 4 L'abréviation EMV est couramment utilisée pour l'estimateur du maximum de vraisemblance et l'estimation du maximum de vraisemblance, le contexte indiquant l'usage.

1.38
likelihood function
probability density function (2.26) evaluated at the **observed values** (1.4) and considered as a function of the **parameters** (2.9) of the **family of distributions** (2.8)

EXAMPLE 1 Consider a situation in which ten items are selected at random from a very large **population** (1.1) and 3 of the items are found to have a specific characteristic. From this sample, an intuitive **estimate** (1.31) of the population proportion having the characteristic is 0,3 (3 out of 10). Under a **binomial distribution** (2.46) model, the likelihood function (probability mass function as a function of p with n fixed at 10 and x at 3) achieves its maximum at p = 0,3, thus agreeing with intuition.

[This can be further verified by plotting the probability mass function of the **binomial distribution** (2.46) $120\, p^3 (1-p)^7$ versus p.]

EXAMPLE 2 For the **normal distribution** (2.50) with known **standard deviation** (2.37), it can be shown in general that the likelihood function takes its maximum at μ equal to the sample mean.

1.38
fonction de vraisemblance
fonction de densité de probabilité (2.26) évaluée au niveau des **valeurs observées** (1.4) et considérée en fonction des **paramètres** (2.9) de la **famille de distributions** (2.8)

EXEMPLE 1 Soit une situation où dix individus sont sélectionnés au hasard à partir d'une **population** (1.1) très large et 3 des individus se révèlent avoir une caractéristique spécifique. Sur la base de cet échantillon, une **estimation** (1.31) intuitive de la proportion de population ayant la caractéristique est de 0,3 (3 sur 10). Dans le cadre d'un modèle de **loi binomiale** (2.46), la fonction de vraisemblance (fonction de masse de probabilité en fonction de p avec n fixé à 10 et x à 3) atteint son maximum à p = 0,3 ce qui concorde avec l'intuition. [Cela peut ensuite être vérifié en traçant la fonction de masse de probabilité de la **loi binomiale** (2.46) $120\, p^3 (1-p)^7$ par rapport à p.]

EXEMPLE 2 Pour la **loi normale** (2.50) à **écart-type** (2.37) connu, il est démontré que la fonction de vraisemblance atteint son maximum lorsque μ est égal à la moyenne d'échantillon.

1.39
profile likelihood function
likelihood function (1.38) as a function of a single **parameter** (2.9) with all other parameters set to maximize it

1.39
fonction de vraisemblance partielle
fonction de vraisemblance (1.38) considérée en fonction d'un **paramètre** (2.9) simple avec tous les autres paramètres fixés pour lui permettre d'atteindre le maximum

1.40
hypothesis
H
statement about a **population** (1.1)

NOTE Commonly the statement about the population concerns one or more **parameters** (2.9) in a **family of distributions** (2.8) or about the family of distributions.

1.40
hypothèse
H
formulation sur une **population** (1.1)

NOTE La formulation sur la population concerne généralement un ou plusieurs **paramètres** (2.9) d'une **famille de distributions** (2.8) ou de la famille de distributions.

1.41
null hypothesis
H_0
hypothesis (1.40) to be tested by means of a **statistical test** (1.48)

EXAMPLE 1 In a **random sample** (1.6) of independent **random variables** (2.10) with the same **normal distribution** (2.50) with unknown **mean** (2.35) and unknown **standard deviation** (2.37), a null hypothesis for the mean μ may be that the mean is less than or equal to a given value μ_0 and this is usually written in the following way: H_0:$\mu \leqslant \mu_0$.

EXAMPLE 2 A null hypothesis may be that the statistical model for a **population** (1.1) is a normal distribution. For this type of null hypothesis, the mean and standard deviation are not specified.

EXAMPLE 3 A null hypothesis may be that the statistical model for a population consists of a symmetric distribution. For this type of null hypothesis, the form of the distribution is not specified.

NOTE 1 Explicitly, the null hypothesis can consist of a subset from a set of possible probability distributions.

NOTE 2 This definition should not be considered in isolation from **alternative hypothesis** (1.42) and **statistical test** (1.48), as proper application of hypothesis testing requires all of these components.

NOTE 3 In practice, one never proves the null hypothesis, but rather the assessment in a given situation may be inadequate to reject the null hypothesis. The original motivation for conducting the hypothesis test would likely have been an expectation that the outcome would favour a specific alternative hypothesis relevant to the problem at hand.

NOTE 4 Failure to reject the null hypothesis is not “proof” of its validity but may rather be an indication that there is insufficient evidence to dispute it. Either the null hypothesis (or a close proximity to it) is in fact true, or the sample size is insufficient to detect a difference from it.

NOTE 5 In some situations, initial interest is focused on the null hypothesis, but the possibility of a departure may be of interest. Proper consideration of sample size and power in detecting a specific departure or alternative can lead to the construction of a test procedure for appropriately assessing the null hypothesis.

NOTE 6 The acceptance of the alternative hypothesis in contrast to failing to reject the null hypothesis is a positive result in that it supports the conjecture of interest. Rejection of the null hypothesis in favour of the alternative is an outcome with less ambiguity than an outcome such as “failure to reject the null hypothesis at this time."

1.41
hypothèse nulle
H_0
hypothèse (1.40) devant être testée à l’aide d’un **test statistique** (1.48)

EXEMPLE 1 Dans un **échantillon aléatoire** (1.6) de **variables aléatoires** (2.10) indépendantes ayant la même **loi normale** (2.50) avec **moyenne** (2.35) inconnue et **écart-type** (2.37) inconnu, une hypothèse nulle pour la moyenne μ peut être que la moyenne est inférieure ou égale à une valeur donnée μ_0 ce qui est généralement exprimé comme suit: H_0: $\mu \leqslant \mu_0$.

EXEMPLE 2 Une hypothèse nulle peut concerner le fait que le modèle statistique d'une **population** (1.1) est une loi normale. Pour ce type d'hypothèse nulle, la moyenne et l'écart-type ne sont pas spécifiés.

EXEMPLE 3 Une hypothèse nulle peut concerner le fait que le modèle statistique d'une population est une distribution symétrique. Pour ce type d'hypothèse nulle, la forme de la distribution n'est pas spécifiée.

NOTE 1 De manière explicite, l’hypothèse nulle peut consister en un sous-ensemble d’un ensemble de distributions de probabilités possibles.

NOTE 2 Il convient de ne pas considérer cette définition indépendamment de l'**hypothèse alternative** (1.42) et du **test statistique** (1.48) dans la mesure où l'application correcte des tests d'hypothèse nécessite d'utiliser toutes ces composantes.

NOTE 3 Dans la pratique, il ne s'agit jamais de démontrer la véracité de l'hypothèse nulle mais plutôt d'évaluer, dans une situation donnée, l'inadéquation du rejet de l'hypothèse nulle. La réalisation du test d'hypothèse est principalement justifiée par l'existence d'une espérance mathématique que le résultat favorise une hypothèse alternative spécifique appropriée au problème en question.

NOTE 4 La décision de ne pas rejeter l'hypothèse nulle n'est pas une «preuve» de sa validité mais plutôt une indication qu'il n'existe pas de preuve suffisante pour la rejeter. Soit l'hypothèse nulle (ou une hypothèse proche) est en fait vraie, soit l'effectif d'échantillon est insuffisant pour déceler une différence par rapport à cette distribution.

NOTE 5 Dans certains cas, l'intérêt est porté sur l'hypothèse nulle mais peut aussi concerner la possibilité d'un écart à l'hypothèse nulle. La prise en compte de l'effectif d'échantillon et de la puissance pour déceler un écart ou une alternative spécifique peut donner lieu à l'élaboration d'une procédure de test permettant d'évaluer de manière appropriée l'hypothèse nulle.

NOTE 6 L'acceptation de l'hypothèse alternative, contrairement à la décision de ne pas rejeter l'hypothèse nulle, est un résultat positif dans la mesure où elle vient à l'appui de la conjecture considérée. Le rejet de l'hypothèse nulle en faveur de l'hypothèse alternative est un résultat moins ambigu qu'un résultat tel que «échec au rejet de l'hypothèse nulle cette fois».

NOTE 7 The null hypothesis is the basis for constructing the corresponding **test statistic** (1.52) used to assess the null hypothesis.

NOTE 8 The null hypothesis is often denoted H_0 (H having a subscript of zero although the zero is sometimes pronounced “oh” or “nought”).

NOTE 9 The subset identifying the null hypothesis should, if possible, be selected in such a way that the statement is incompatible with the conjecture to be studied. See Note 2 to 1.48 and the example in 1.49.

NOTE 7 L'hypothèse nulle sert de base à l'élaboration de la **statistique de test** (1.52) correspondante utilisée pour évaluer l'hypothèse nulle.

NOTE 8 L'hypothèse nulle est souvent notée H_0 (H ayant pour indice zéro).

NOTE 9 Il convient, si possible, de sélectionner le sous-ensemble identifiant l'hypothèse nulle de sorte que la formulation soit incompatible avec la conjecture à étudier. Voir la Note 2 en 1.48 et l'exemple donné en 1.49.

1.42
alternative hypothesis

H_A, H_1

statement which selects a set or a subset of all possible admissible **probability distributions** (2.11) which do not belong to the **null hypothesis** (1.41)

EXAMPLE 1 The alternative hypothesis to the null hypothesis given in Example 1 of 1.41 is that the **mean** (2.35) is larger than the specified value, which is written in the following way: H_A: $\mu > \mu_0$.

EXAMPLE 2 The alternative hypothesis to the null hypothesis given in Example 2 of 1.41 is that the statistical model of the population is not a **normal distribution** (2.50).

EXAMPLE 3 The alternative hypothesis to the null hypothesis given in Example 3 of 1.41 is that the statistical model of the population consists of an asymmetric distribution. For this alternative hypothesis, the specific form of asymmetry is not specified.

NOTE 1 The alternative hypothesis is the complement of the null hypothesis.

NOTE 2 The alternative hypothesis can also be denoted H_1 or H_A with no clear preference as long as the symbolism parallels the null hypothesis notation.

NOTE 3 The alternative hypothesis is a statement which contradicts the null hypothesis. The corresponding **test statistic** (1.52) is used to decide between the null and alternative hypotheses.

NOTE 4 The alternative hypothesis should not be considered in isolation from the null hypothesis nor **statistical test** (1.48).

NOTE 5 The acceptance of the alternative hypothesis in contrast to failing to reject the null hypothesis is a positive result in that it supports the conjecture of interest.

1.42
hypothèse alternative

H_A, H_1

formulation qui considère un ensemble ou un sous-ensemble de toutes les **lois de probabilité** (2.11) possibles qui n'appartiennent pas à l'**hypothèse nulle** (1.41)

EXEMPLE 1 L'hypothèse alternative à l'hypothèse nulle donnée dans l'Exemple 1 en 1.41 est que la **moyenne** (2.35) est plus grande que la valeur spécifiée, exprimée comme suit: H_A: $\mu > \mu_0$.

EXEMPLE 2 L'hypothèse alternative à l'hypothèse nulle donnée dans l'Exemple 2 en 1.41 est que le modèle statistique de la population n'est pas une **loi normale** (2.50).

EXEMPLE 3 L'hypothèse alternative à l'hypothèse nulle donnée dans l'Exemple 3 en 1.41 est que le modèle statistique de la population est une distribution asymétrique. Pour cette hypothèse alternative, la forme spécifique de l'asymétrie n'est pas spécifiée.

NOTE 1 L'hypothèse alternative est complémentaire à l'hypothèse nulle.

NOTE 2 L'hypothèse alternative peut être notée H_1 ou H_A sans préférence marquée tant que le symbolisme est parallèle à la notation de l'hypothèse nulle.

NOTE 3 L'hypothèse alternative est une formulation qui contredit l'hypothèse nulle. La **statistique de test** (1.52) correspondante est utilisée pour décider entre l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative.

NOTE 4 Il convient de ne pas considérer l'hypothèse alternative indépendamment de l'hypothèse nulle ni du **test statistique** (1.48).

NOTE 5 L'acceptation de l'hypothèse alternative, contrairement à la décision de ne pas rejeter l'hypothèse nulle, est un résultat positif dans la mesure où elle vient à l'appui de la conjecture considérée.

1.43
simple hypothesis
hypothesis (1.40) that specifies a single distribution in a **family of distributions** (2.8)

NOTE 1 A simple hypothesis is a **null hypothesis** (1.41) or **alternative hypothesis** (1.42) for which the selected subset consists of only a single **probability distribution** (2.11).

NOTE 2 In a **random sample** (1.6) of independent **random variables** (2.10) with the same **normal distribution** (2.50) with unknown **mean** (2.35) and known **standard deviation** (2.37) σ, a simple hypothesis for the mean μ is that the mean is equal to a given value μ_0 and this is usually written in the following way: H_0: $\mu = \mu_0$.

NOTE 3 A simple hypothesis specifies the **probability distribution** (2.11) completely.

1.43
hypothèse simple
hypothèse (1.40) qui spécifie une seule distribution dans une **famille de distributions** (2.8)

NOTE 1 Une hypothèse simple est une **hypothèse nulle** (1.41) ou une **hypothèse alternative** (1.42) pour laquelle le sous-ensemble sélectionné n'est composé que d'une **loi de probabilité** (2.11) simple.

NOTE 2 Dans un **échantillon aléatoire** (1.6) de **variables aléatoires** (2.10) indépendantes ayant la même **loi normale** (2.50) avec **moyenne** (2.35) inconnue et **écart-type** (2.37) σ connu, une hypothèse simple pour la moyenne μ est que la moyenne est égale à une valeur donnée μ_0 ce qui est généralement exprimé comme suit: H_0: $\mu = \mu_0$.

NOTE 3 Une hypothèse simple spécifie complètement la **loi de probabilité** (2.11).

1.44
composite hypothesis
hypothesis (1.40) that specifies more than one **distribution** (2.11) in a **family of distributions** (2.8)

EXAMPLE 1 The **null hypotheses** (1.41) and the **alternative hypotheses** (1.42) given in the examples in 1.41 and 1.42 are all examples of composite hypotheses.

EXAMPLE 2 In 1.48, the null hypothesis in Case 3 of Example 3 is a simple hypothesis. The null hypothesis in Example 4 is also a simple hypothesis. The other hypotheses in 1.48 are composite.

NOTE A composite hypothesis is a null hypothesis or alternative hypothesis for which the selected subset consists of more than a single probability distribution.

1.44
hypothèse composite
hypothèse (1.40) qui spécifie plus d'une **distribution** (2.11) dans une **famille de distributions** (2.8)

EXEMPLE 1 Les **hypothèses nulles** (1.41) et les **hypothèses alternatives** (1.42) données dans les exemples en 1.41 et 1.42 sont toutes des exemples d'hypothèses composites.

EXEMPLE 2 Dans l'exemple donné en 1.48, l'hypothèse nulle du Cas 3 de l'Exemple 3 est une hypothèse simple. L'hypothèse nulle de l'Exemple 4 est également une hypothèse simple. Les autres hypothèses de l'exemple donné en 1.48 sont des hypothèses composites.

NOTE Une hypothèse composite est une hypothèse nulle ou une hypothèse alternative pour laquelle le sous-ensemble sélectionné comprend plusieurs lois de probabilité simples.

1.45
significance level
α
⟨statistical test⟩ maximum **probability** (2.5) of rejecting the **null hypothesis** (1.41) when in fact it is true

NOTE If the null hypothesis is a **simple hypothesis** (1.43), then the probability of rejecting the null hypothesis if it were true becomes a single value.

1.45
niveau de signification
α
⟨test statistique⟩ **probabilité** (2.5) maximale de rejeter l'**hypothèse nulle** (1.41) lorsqu'en réalité elle est vraie

NOTE Si l'hypothèse nulle est une **hypothèse simple** (1.43), la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle si elle est vraie devient alors une valeur simple.

1.46
Type I error

rejection of the **null hypothesis** (1.41) when in fact it is true

NOTE 1 In fact, a Type I error is an incorrect decision. Hence, it is desired to keep the **probability** (2.5) of making such an incorrect decision as small as possible. To obtain a zero probability of a Type I error, one would never reject the null hypothesis. In other words, regardless of the evidence, the same decision is made.

NOTE 2 It is possible that in some situations (for example, testing the binomial parameter p) that a pre-specified significance level such as 0,05 is not attainable due to discreteness of outcomes.

1.46
erreur de première espèce

décision de rejeter l'**hypothèse nulle** (1.41) lorsqu'en réalité elle est vraie

NOTE 1 En fait, commettre l'erreur de première espèce est une décision incorrecte. Il est de ce fait souhaitable de maintenir la **probabilité** (2.5) de prendre une telle décision incorrecte aussi petite que possible. Pour obtenir une probabilité nulle d'erreur d'espèce première, l'hypothèse nulle ne serait jamais rejetée. En d'autres termes, malgré l'évidence, la même décision est prise.

NOTE 2 Il est possible, dans certaines situations (par exemple le test du paramètre binomial p), qu'un seuil de signification préspécifié tel que 0,05 ne puisse pas être atteint en raison de la discontinuité des résultats.

1.47
Type II error

failure to reject the **null hypothesis** (1.41) when in fact the **null hypothesis** is not true

NOTE In fact, a Type II error is an incorrect decision. Hence, it is desired to keep the **probability** (2.5) of making such an incorrect decision as small as possible. Type II errors commonly occur in situations where the sample sizes are insufficient to reveal a departure from the null hypothesis.

1.47
erreur de seconde espèce

décision de ne pas rejeter l'**hypothèse nulle** (1.41) lorsqu'en réalité elle n'est pas vraie

NOTE En fait, commettre l'erreur de seconde espèce c'est prendre une décision incorrecte. Il est de ce fait souhaitable de maintenir la **probabilité** (2.5) de prendre une telle décision incorrecte aussi petite que possible. Les erreurs de seconde espèce se produisent fréquemment dans des cas où les effectifs d'échantillon sont insuffisants pour révéler un écart par rapport à l'hypothèse nulle.

1.48
statistical test
significance test
procedure to decide if a **null hypothesis** (1.41) is to be rejected in favour of an **alternative hypothesis** (1.42)

EXAMPLE 1 As an example, if an actual, **continuous random variable** (2.29) can take values between $-\infty$ and $+\infty$ and one has a suspicion that the true probability distribution is not a **normal distribution** (2.50), then the hypotheses will be formulated, as follows.

— The scope of the situation is all **continuous probability distributions** (2.23), which can take values between $-\infty$ and $+\infty$.
— The conjecture is that the true probability distribution is not a normal distribution.
— The null hypothesis is that the probability distribution is a normal distribution.
— The alternative hypothesis is that the probability distribution is not a normal distribution.

EXAMPLE 2 If the random variable follows a normal distribution with known **standard deviation** (2.37) and one suspects that its expectation value μ deviates from a given value μ_0, then the hypotheses will be formulated according to Case 3 in the next example.

EXAMPLE 3 This example considers three possibilities in statistical testing.

Case 1. It is conjectured that the process mean is higher than the target mean of μ_0. This conjecture leads to the following hypotheses:

Null hypothesis: H_0: $\mu \leqslant \mu_0$
Alternative hypothesis: H_1: $\mu > \mu_0$

Case 2. It is conjectured that the process mean is lower than the target mean of μ_0. This conjecture leads to the following hypotheses:

Null hypothesis: H_0: $\mu \geqslant \mu_0$
Alternative hypothesis: H_1: $\mu < \mu_0$

Case 3. It is conjectured that the process mean is not compatible with the process mean but the direction is not specified. This conjecture leads to the following hypotheses:

Null hypothesis: H_0: $\mu = \mu_0$
Alternative hypothesis: H_1: $\mu \neq \mu_0$

In all three cases, the formulation of the hypotheses was driven by a conjecture regarding the alternative hypothesis and its departure from a baseline condition.

1.48
test statistique
test de signification
procédure pour décider si une **hypothèse nulle** (1.41) doit être rejetée en faveur d'une **hypothèse alternative** (1.42) ou non

EXEMPLE 1 À titre d'exemple, si une **variable aléatoire continue** (2.29) réelle peut prendre des valeurs comprises entre $-\infty$ et $+\infty$ et qu'il existe un doute que la loi de probabilité vraie ne soit pas une **loi normale** (2.50), les hypothèses seront alors formulées comme suit.

— Le domaine considéré est le suivant: toutes les **lois de probabilité continues** (2.23) peuvent prendre des valeurs comprises entre $-\infty$ et $+\infty$.
— La conjecture est que la loi de probabilité vraie n'est pas une loi normale.
— L'hypothèse nulle est que la loi de probabilité est une loi normale.
— L'hypothèse alternative est que la loi de probabilité n'est pas une loi normale.

EXEMPLE 2 Si la variable aléatoire suit une loi normale avec un **écart-type** (2.37) connu et que l'on soupçonne que son espérance mathématique μ s'écarte d'une valeur donnée μ_0 les hypothèses seront alors formulées selon le Cas 3 donné dans l'exemple suivant.

EXEMPLE 3 Cet exemple envisage trois possibilités pour les tests statistiques.

Cas 1. Il est supposé que la moyenne de processus est supérieure à la moyenne cible μ_0. Cette conjecture conduit aux hypothèses suivantes:

Hypothèse nulle: H_0: $\mu \leqslant \mu_0$
Hypothèse alternative: H_1: $\mu > \mu_0$

Cas 2. Il est supposé que la moyenne de processus est inférieure à la moyenne cible μ_0. Cette conjecture conduit aux hypothèses suivantes:

Hypothèse nulle: H_0: $\mu \geqslant \mu_0$
Hypothèse alternative: H_1: $\mu < \mu_0$

Cas 3. Il est supposé que la moyenne de processus n'est pas compatible avec la moyenne cible mais la direction n'est pas spécifiée. Cette conjecture conduit aux hypothèses suivantes:

Hypothèse nulle: H_0: $\mu = \mu_0$
Hypothèse alternative: H_1: $\mu \neq \mu_0$

Dans les trois cas, la formulation des hypothèses repose sur une conjecture concernant l'hypothèse alternative et son écart par rapport à une condition de référence.

EXAMPLE 4 This example considers as its scope all proportions p_1 and p_2 between zero and one of defectives in two lots 1 and 2. One might suspect that the two lots are different and therefore conjecture that the proportions of defects in the two lots are different. This conjecture leads to the following hypotheses:

Null hypothesis: $H_0: p_1 = p_2$
Alternative hypothesis: $H_1: p_1 \neq p_2$

NOTE 1 A statistical test is a procedure, which is valid under specified conditions, to decide, by means of observations from a sample, whether the true probability distribution belongs to the null hypothesis or the alternative hypothesis.

NOTE 2 Before a statistical test is carried out the possible set of probability distributions is at first determined on the basis of the available information. Next the probability distributions, which could be true on the basis of the conjecture to be studied, are identified to constitute the alternative hypothesis. Finally, the null hypothesis is formulated as the complement to the alternative hypothesis. In many cases, the possible set of probability distributions and hence also the null hypothesis and the alternative hypothesis can be determined by reference to sets of values of relevant parameters.

NOTE 3 As the decision is made on the basis of observations from a sample, it may be erroneous leading to either a **Type I error** (1.46), rejecting the null hypothesis when in fact it is correct, or a **Type II error** (1.47), failure to reject the null hypothesis in favour of the alternative hypothesis when the alternative hypothesis is true.

NOTE 4 Case 1 and Case 2 of Example 3 above are instances of **one-sided tests**. Case 3 is an example of a **two-sided test**. In all three of these cases, the one-sided versus two-sided qualifier is determined by consideration of the region of the parameter μ corresponding to the alternative hypothesis. More generally, one-sided and two-sided tests can be governed by the region for rejection of the null hypothesis corresponding to the chosen test statistic. That is, the test statistic has an associated critical region favouring the alternative hypothesis, but it may not relate directly to a simple description of the parameter space as in Cases 1, 2 and 3.

NOTE 5 Careful attention to the underlying assumptions must be made or the application of statistical testing may be flawed. Statistical tests that lead to stable inferences even under possible mis-specification of the underlying assumptions are referred to as **robust**. The one-sample t test for the mean is an example of a test considered very robust under non-normal distributions. Bartlett’s test for homogeneity of variances is an example of a non-robust procedure, possibly leading to the excessive rejection of equality of variances in distributional cases for which the variances were in fact identical.

EXEMPLE 4 Cet exemple considère comme domaine toutes les proportions p_1 et p_2 entre zéro et une proportion de défauts dans les deux lots 1 et 2. Il est soupçonné que les deux lots sont différents et de ce fait que les proportions de défauts dans les deux lots sont différentes. Cette conjecture conduit aux hypothèses suivantes:

Hypothèse nulle: $H_0: p_1 = p_2$
Hypothèse alternative: $H_1: p_1 \neq p_2$

NOTE 1 Un test statistique est une procédure, valide dans des conditions spécifiées, pour décider, au moyen d'observations d'un échantillon, si la loi de probabilité vraie appartient ou non à l'hypothèse nulle ou à l'hypothèse alternative.

NOTE 2 Avant de réaliser un test statistique, on détermine tout d'abord l'ensemble possible de lois de probabilité sur la base des informations disponibles. Les lois de probabilité qui peuvent être vraies sur la base de la conjecture étudiée sont ensuite identifiées pour constituer l'hypothèse alternative. Enfin, l'hypothèse nulle est formulée en complément à l'hypothèse alternative. Dans de nombreux cas, l'ensemble possible de lois de probabilité, et de ce fait également l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative, peuvent être déterminées par référence aux ensembles de valeurs des paramètres pertinents.

NOTE 3 Dans la mesure où la décision est prise sur la base des observations d'un échantillon, il existe un risque de commettre une **erreur de première espèce** (1.46) en rejetant l'hypothèse nulle alors qu'en fait elle est correcte ou une **erreur de seconde espèce** (1.47) en décidant de ne pas rejeter l'hypothèse nulle en faveur de l'hypothèse alternative lorsque l'hypothèse alternative est vraie.

NOTE 4 Le Cas 1 et le Cas 2 de l'Exemple 3 ci-dessus sont des exemples de **tests unilatéraux**. Le Cas 3 est un exemple de **test multilatéral**. Dans ces trois cas, le choix entre unilatéral et multilatéral est déterminé en considérant la région du paramètre μ correspondant à l'hypothèse alternative. De manière plus générale, les tests unilatéraux et multilatéraux peuvent être gérés par la région de rejet de l'hypothèse nulle correspondant au test statistique choisi. Le test statistique a une région critique associée acceptant l'hypothèse alternative, mais cela ne doit pas avoir un rapport direct avec une description simple de l'espace du paramètre comme dans les Cas 1, 2 et 3.

NOTE 5 Une attention toute particulière doit être portée aux hypothèses sous-jacentes ou l'application des tests statistiques sera sans fondement. Les tests statistiques qui aboutissent à des conclusions stables même dans le cas de mauvaises spécifications possibles des hypothèses sous-jacentes sont appelés **robustes**. Le test t d'un échantillon pour la moyenne est un exemple de test considéré très robuste pour des distributions non normales. Le test de Bartlett d’homogénéité des variances est un exemple de procédure dite non robuste pouvant conduire à rejeter de manière excessive l’égalité des variances dans les cas de distribution pour lesquels les variances étaient en réalité identiques.

1.49
p-value

probability (2.5) of observing the observed **test statistic** (1.52) value or any other value at least as unfavourable to the **null hypothesis** (1.41)

EXAMPLE Consider the numerical example originally introduced in 1.9. Suppose for illustration that these values are observations from a process that is nominally expected to have a mean of 12,5, and from previous experience the engineer associated with the process felt that the process was consistently lower than the nominal value. A study was undertaken and a random sample of size 10 was collected with the numerical results from 1.9. The appropriate hypotheses are:

Null hypothesis: H_0: $\mu \geqslant 12{,}5$
Alternative hypothesis: H_1: $\mu < 12{,}5$

The sample mean is 9,7 which is in the direction of the conjecture, but is it sufficiently far from 12,5 to support the conjecture? For this example, the **test statistic** (1.52) is −1,976 4 with corresponding p-value 0,040. This means that there are less than four chances in one hundred of observing a test statistic value of −1,976 4 or lower, if in fact the true process mean is at 12,5. If the original pre-specified significance level had been 0,05, then typically one would reject the null hypothesis in favour of the alternative hypothesis.

Suppose alternatively that the problem were formulated somewhat differently. Imagine that the concern was that the process was off the 12,5 target but the direction was unspecified. This leads the following hypotheses:

Null hypothesis: H_0: $\mu = 12{,}5$
Alternative hypothesis: H_1: $\mu \neq 12{,}5$

Given the same data collected from a random sample, the test statistic is the same, −1,976 4. For this alternative hypothesis, a question of interest is “what is the probability of seeing such an extreme value or more extreme?”. In this case, there are two relevant regions, values less than or equal to −1,976 4 or values greater than or equal to 1,976 4. The probability of a t test statistic occurring in one of these regions is 0,080 (twice the one-sided value). There are eight chances in one hundred of observing a test statistic value this extreme or more so. Thus, the null hypothesis is not rejected at the significance level 0,05.

1.49
valeur p

probabilité (2.5) d'obtenir la valeur de la **statistique de test** (1.52) observée ou toute autre valeur défavorable à l'**hypothèse nulle** (1.41)

EXEMPLE Soit l'exemple numérique donné à l'origine en 1.9. Supposons à titre d'illustration que ces valeurs sont des observations d'un processus dont la moyenne nominale espérée est de 12,5, et que, sur la base de l'expérience acquise, l'ingénieur responsable pense que le processus est constamment inférieur à la valeur nominale. Une étude est entreprise et un échantillon aléatoire d'effectif 10 est prélevé avec les résultats numériques donnés en 1.9. Les hypothèses appropriées sont:

Hypothèse nulle: H_0: $\mu \geqslant 12{,}5$
Hypothèse alternative: H_1: $\mu < 12{,}5$

La moyenne d'échantillon est de 9,7 ce qui semble concorder avec la conjecture mais est-elle suffisamment distante de 12,5 pour venir à l'appui de la conjecture? Pour cet exemple, la **statistique de test** (1.52) est −1,976 4 avec la valeur p correspondante de 0,040. Cela signifie qu'il existe moins de quatre possibilités sur cent d'observer une valeur statistique de test égale ou inférieure à −1,976 4 si en fait la moyenne de processus vraie est à 12,5. Si le niveau de signification préspécifié à l'origine avait été de 0,05, il y aurait eu rejet de l'hypothèse nulle en faveur de l'hypothèse alternative.

Supposons encore que le problème ait été formulé de manière quelque peu différente. Imaginons que le problème réside dans le fait que le processus soit en dehors de la cible de 12,5 mais que la direction ne soit pas spécifiée. Cela conduit aux hypothèses suivantes:

Hypothèse nulle: H_0: $\mu = 12{,}5$
Hypothèse alternative: H_1: $\mu \neq 12{,}5$

Étant donné que les données recueillies d'un échantillon aléatoire sont identiques, la statistique de test est identique, −1,976 4. Pour cette hypothèse alternative, l'intérêt est porté sur le fait de connaître la probabilité d'observer une valeur aussi extrême ou une valeur plus extrême. Dans ce cas, il existe deux régions pertinentes, les valeurs inférieures ou égales à −1,976 4 ou les valeurs supérieures ou égales à 1,976 4. La probabilité d'occurrence d'une statistique de test t dans l'une de ces régions est de 0,080 (le double de la valeur unilatérale). Il existe huit chances sur cent d’observer une valeur statistique de test aussi extrême ou plus encore. Ainsi, l’hypothèse nulle n’est pas rejetée pour le niveau de signification 0,05.

NOTE 1 If the p-value, for example, turns out to be 0,029, then there are less than three chances in one hundred that such an extreme value of the test statistic or a more extreme one, would occur under the null hypothesis. On the basis of this information, one might feel compelled to reject the null hypothesis, as this is a fairly small p-value. More formally, if the significance level had been established as 0,05, then definitely the p-value of 0,029 being less than 0,05 would lead to the rejection of the null hypothesis.

NOTE 2 The term p-value is sometimes referred to as the significance probability which should not be confused with **significance level** (1.45) which is a specified constant in an application.

NOTE 1 Si la valeur p atteint par exemple 0,029, il existe alors moins de trois possibilités sur cent qu'une valeur aussi extrême de la statistique de test, ou qu'une valeur plus extrême, soit atteinte pour l'hypothèse nulle. Sur la base de ces informations, il est possible d'être tenu de rejeter l'hypothèse nulle dans la mesure où la valeur p est passablement faible. De manière plus formelle, si le niveau de signification a été établi à 0,05, la valeur p de 0,029 étant inférieure à 0,05 donne indubitablement lieu au rejet de l'hypothèse nulle.

NOTE 2 Le terme valeur p est parfois appelé la «probabilité de signification» qu'il convient de ne pas confondre avec le **niveau de signification** (1.45) qui pour une application donnée est une constante spécifiée.

1.50
power of a test

one minus the **probability** (2.5) of the **Type II error** (1.47)

NOTE 1 The power of the test for a specified value of an unknown **parameter** (2.9) in a **family of distributions** (2.8) equals the **probability** of rejecting the **null hypothesis** (1.41) for that parameter value.

NOTE 2 In most cases of practical interest, increasing the sample size will increase the power of a test. In other words, the probability of rejecting the null hypothesis, when the **alternative hypothesis** (1.42) is true increases with increasing sample size, thereby reducing the probability of a Type II error.

NOTE 3 It is desirable in testing situations that as the sample size becomes extremely large, even small departures from the null hypothesis ought to be detected, leading to the rejection of the null hypothesis. In other words, the power of the test should approach 1 for every alternative to the null hypothesis as the sample size becomes infinitely large. Such tests are referred to as **consistent**. In comparing two tests with respect to power, the test with the higher power is deemed the more **efficient** provided the significance levels are identical as well as the particular null and alternative hypotheses. There are more formal, mathematical descriptions of both consistency and efficiency that are beyond the scope of this part of ISO 3534. (Consult the various encyclopaedia in statistics or mathematical statistics textbooks.)

1.50
puissance d'un test

un moins la **probabilité** (2.5) de ne pas commettre l'**erreur de seconde espèce** (1.47)

NOTE 1 La puissance du test pour une valeur spécifiée d'un **paramètre** (2.9) inconnu dans une **famille de distributions** (2.8) est égale à la **probabilité** de rejeter l'**hypothèse nulle** (1.41) pour la valeur du paramètre.

NOTE 2 Dans la plupart des cas pratiques, le fait d'augmenter l'effectif d'échantillon augmente la puissance d'un test. En d'autres termes, la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle lorsque l'**hypothèse alternative** (1.42) est vraie augmente avec l'augmentation de l'effectif d'échantillon, réduisant de ce fait la probabilité de commettre une erreur de seconde espèce.

NOTE 3 Il est souhaitable, dans les situations de test, que lorsque l'effectif de l'échantillon devient très grand, même de petits écarts par rapport à l'hypothèse nulle sont décelés, permettant le rejet de l'hypothèse nulle. En d'autres termes, la puissance du test devrait tendre vers 1 pour toute alternative à l'hypothèse nulle lorsque l'effectif de l'échantillon devient infiniment grand. De tels tests sont dits **cohérents**. En comparant les puissances de deux tests, le test avec la puissance la plus forte est jugé le plus **efficace**, pour autant que les niveaux significatifs soient identiques de même que les hypothèses nulles et alternatives. Il existe des descriptions mathématiques plus formelles des termes «cohérent» et «efficace» que celles données dans la présente partie de l'ISO 3534. (Voir les différentes encyclopédies statistiques ou les ouvrages de statistiques mathématiques.)

1.51
power curve

collection of values of the **power of a test** (1.50) as a function of the population **parameter** (2.9) from a **family of distributions** (2.8)

NOTE See the related term “operating characteristic curve” in ISO 3534-2:2006 (definition 4.5.1).

1.51
courbe de puissance

recueil des valeurs de la **puissance d'un test** (1.50) en fonction du **paramètre** (2.9) de la population d'une **famille de distributions** (2.8)

NOTE Voir le terme apparenté «courbe d'efficacité» dans l'ISO 3534-2:2006 (définition 4.5.1).

1.52
test statistic
statistic (1.8) used in conjunction with a **statistical test** (1.48)

NOTE The test statistic is used to assess whether the **probability distribution** (2.11) at hand is consistent with the **null hypothesis** (1.41) or the **alternative hypothesis** (1.42).

1.52
statistique de test
statistique (1.8) utilisée conjointement à un **test statistique** (1.48)

NOTE La statistique de test est utilisée pour évaluer si la **loi de probabilité** (2.11) considérée est cohérente avec l'**hypothèse nulle** (1.41) ou l'**hypothèse alternative** (1.42).

1.53
graphical descriptive statistics
descriptive statistics (1.5) in pictorial form

NOTE The intent of descriptive statistics is generally to reduce a large number of values to a manageable few or to present the values in a way to facilitate visualization. Examples of graphical summaries include boxplots, probability plots, Q-Q plots, normal quantile plots, scatterplots, multiple scatterplots and **histograms** (1.61).

1.53
statistique descriptive graphique
statistique descriptive (1.5) représentée sous forme graphique

NOTE La statistique descriptive a généralement pour objet de réduire un grand nombre de valeurs à quelques valeurs faciles à gérer ou de présenter les valeurs de manière à en faciliter la visualisation. Des exemples de représentations graphiques synthétiques sont les diagrammes à surfaces, les diagrammes de probabilité, les graphiques Q-Q, les diagrammes de quantile normal, les nuages de points, les nuages de points multidimensionnels et les **histogrammes** (1.61).

1.54
numerical descriptive statistics
descriptive statistics (1.5) in numerical form

NOTE Numerical descriptive statistics include **average** (1.15), **sample range** (1.10), **sample standard deviation** (1.17), interquartile range, and so forth.

1.54
statistique descriptive numérique
statistique descriptive (1.5) représentée sous forme numérique

NOTE Les statistiques descriptives numériques comprennent la **moyenne** (1.15), **l'étendue d'échantillon** (1.10), **l'écart-type d'échantillon** (1.17), l'intervalle interquartile, etc.

1.55
classes

NOTE The classes are assumed to be mutually exclusive and exhaustive. The real line is all the real numbers between $-\infty$ and $+\infty$.

1.55
classes

NOTE Les classes sont supposées être mutuellement exclusives et exhaustives. La droite réelle est constituée de tous les nombres réels compris entre $-\infty$ et $+\infty$.

1.55.1
class
⟨qualitative characteristic⟩ subset of items from a **sample** (1.3)

1.55.1
classe
⟨caractéristique qualitative⟩ sous-ensemble d'individus d'un **échantillon** (1.3)

1.55.2
class
⟨ordinal characteristic⟩ set of one or more adjacent categories on an ordinal scale

1.55.2
classe
⟨caractéristique ordinale⟩ ensemble composé d'une ou plusieurs catégories adjacentes sur une échelle ordinale

1.55.3
class
⟨quantitative characteristic⟩ interval of the real line

1.55.3
classe
⟨caractéristique quantitative⟩ intervalle de la droite réelle

1.56
class limits
class boundaries
⟨quantitative characteristic⟩ values defining the upper and lower bounds of a **class** (1.55)

NOTE This definition refers to class limits associated with quantitative characteristics.

1.56
bornes de classe
frontières de classe
⟨caractéristique quantitative⟩ valeurs définissant les bornes supérieure et inférieure d'une **classe** (1.55)

NOTE Cette définition fait référence aux bornes de classe associées aux caractéristiques quantitatives.

1.57
mid-point of class
⟨quantitative characteristic⟩ **average** (1.15) of upper and lower **class limits** (1.56)

NOTE Mid-point of class is also known as class mark, particularly in relation to histograms.

1.57
centre de classe
⟨caractéristique quantitative⟩ **moyenne** (1.15) des **bornes de classe** (1.56) supérieure et inférieure

NOTE Le «centre de classe» est parfois aussi appelé «valeur caractéristique de la classe», en particulier dans le cas des histogrammes.

1.58
class width
⟨quantitative characteristic⟩ upper limit of a class minus the lower limit of a **class** (1.55)

1.58
effectif de la classe
⟨caractéristique quantitative⟩ différence entre la borne supérieure et la borne inférieure d'une **classe** (1.55)

1.59
frequency
number of occurrences or **observed values** (1.4) in a specified **class** (1.55)

1.59
fréquence
nombre d'occurrences ou de **valeurs observées** (1.4) dans une **classe** (1.55) spécifiée

1.60
frequency distribution
empirical relationship between **classes** (1.55) and their number of occurrences or **observed values** (1.4)

1.60
distribution de fréquence
relation empirique entre les **classes** (1.55) et leur nombre d'occurrences ou de **valeurs observées** (1.4)

1.61
histogram
graphical representation of a **frequency distribution** (1.60) consisting of contiguous rectangles, each with base width equal to the **class width** (1.58) and area proportional to the class frequency

NOTE Care needs to be taken for situations in which the data arises in classes having unequal class widths.

1.61
histogramme
représentation graphique d'une **distribution de fréquence** (1.60) composée de rectangles contigus, ayant chacun une base égale à **l'effectif de la classe** (1.58) et une surface proportionnelle à l'effectif de la classe

NOTE Il faut faire attention aux situations dans lesquelles les occurrences des données se font dans des classes ayant des largeurs inégales.

1.62
bar chart
graphical representation of a **frequency distribution** (1.60) of a nominal property consisting of a set of rectangles of uniform width with height proportional to **frequency** (1.59)

NOTE 1 The rectangles are sometimes depicted as three-dimensional images for apparently aesthetic purposes, although this adds no additional information and is not a recommended presentation. For a bar chart, the rectangles need not be contiguous.

NOTE 2 The distinction between histograms and bar charts has become increasingly blurred as available software does not always follow the definitions given here.

1.62
diagramme en bâtons
représentation graphique d'une **distribution de fréquence** (1.60) d'une propriété nominale, consistant en un ensemble de rectangles de largeur uniforme et de hauteur proportionnelle à **la fréquence** (1.59)

NOTE 1 Les rectangles sont parfois représentés pour des raisons d'ordre esthétique sous forme d'images tridimensionnelles bien que cela n'ajoute aucune information supplémentaire et ne constitue pas une représentation recommandée. Pour un diagramme en bâtons, les rectangles n'ont pas besoin d'être contigus.

NOTE 2 La distinction entre les histogrammes et les diagrammes en barres est devenue très floue puisque les logiciels disponibles ne suivent pas toujours les définitions données ici.

1.63
cumulative frequency
frequency (1.59) for classes up to and including a specified limit

NOTE This definition is only applicable for specified values that correspond to **class limits** (1.56).

1.63
fréquence cumulée
fréquence (1.59) pour des classes jusqu'à et y compris une valeur spécifiée

NOTE Cette définition ne s'applique qu'aux valeurs spécifiées correspondant aux **bornes de classe** (1.56).

1.64
relative frequency
frequency (1.59) divided by the total number of occurrences or **observed values** (1.4)

1.64
fréquence relative
fréquence (1.59) divisée par le nombre total d'occurrences ou de **valeurs observées** (1.4)

1.65
cumulative relative frequency
cumulative frequency (1.63) divided by the total number of occurrences or **observed values** (1.4)

1.65
fréquence relative cumulée
fréquence cumulée (1.63) divisée par le nombre total d'occurrences ou de **valeurs observées** (1.4)

2 Terms used in probability

2.1
sample space
Ω

set of all possible outcomes

EXAMPLE 1 Consider the failure times of batteries purchased by a consumer. If the battery has no power upon initial use, its failure time is 0. If the battery does function for a while, it produces a failure time of some number of hours. The sample space therefore consists of the outcomes {battery fails upon initial attempt} and {battery fails after x hours where x is greater than zero hours}. This example will be used throughout this clause. In particular, an extensive discussion of this example is given in 2.68.

EXAMPLE 2 A box contains 10 resistors that are labelled 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. If two resistors were randomly sampled without replacement from this collection of resistors, the sample space consists of the following 45 outcomes: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (3, 10), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (4, 9), (4, 10), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (6, 7), (6, 8), (6, 9), (6, 10), (7, 8), (7, 9), (7, 10), (8, 9), (8, 10), (9, 10). The event (1, 2) is deemed the same as (2, 1), so that the order in which resistors are sampled does not matter. If alternatively the order does matter, so (1, 2) is considered different from (2, 1), then there are a total of 90 outcomes in the sample space.

EXAMPLE 3 If in the preceding example, the sampling were performed with replacement, then the additional events (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), and (10, 10) would also need to be included. In the case where ordering does not matter, there would be 55 outcomes in the sample space. In the ordering matters situation, there would be 100 outcomes in the sample space.

NOTE 1 Outcomes could arise from an actual experiment or a completely hypothetical experiment. This set could be an explicit list, a countable set such as positive integers, {1, 2, 3, … }, or the real line, for example.

NOTE 2 Sample space is the first component of a **probability space** (2.68).

2 Termes utilisés en probabilité

2.1
espace d'échantillon
Ω

ensemble de tous les résultats possibles

EXEMPLE 1 Soit les temps de défaillance de batteries achetées par un consommateur. Si la batterie ne fonctionne pas à la première utilisation, son temps de défaillance est de 0. Si la batterie ne fonctionne pas pendant un certain temps, cela engendre un temps de défaillance d'un certain nombre d'heures. L'espace d'échantillon est par conséquent constitué des résultats possibles {défaillance de la batterie au premier essai de fonctionnement} et {défaillance de la batterie après x heures où x est supérieur à zéro heure}. Cet exemple sera utilisé tout au long du présent article. En particulier, une discussion approfondie de cet exemple est donnée en 2.68.

EXEMPLE 2 Une boîte contient 10 résistances étiquetées 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Lorsque deux résistances ont été prélevées au hasard sans remise de cet ensemble de résistances, l'espace d'échantillon est constitué des 45 résultats possibles suivants: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (3, 10), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (4, 9), (4, 10), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (6, 7), (6, 8), (6, 9), (6, 10), (7, 8), (7, 9), (7, 10), (8, 9), (8, 10), (9, 10). L'événement (1, 2) est considéré identique à (2, 1), de sorte que l'ordre dans lequel les résistances ont été prélevées n'a pas d'importance. En revanche, si l'ordre d'échantillonnage présente un intérêt, (1, 2) est alors considéré comme différent de (2, 1), ce qui donne lieu dans l'espace d'échantillon à un total de 90 résultats possibles.

EXEMPLE 3 Si l'échantillonnage a été réalisé avec remise, les événements supplémentaires (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), et (10, 10) doivent également être inclus. Si l'ordre d'échantillonnage n'a pas d'importance, l'espace d'échantillon comprend 55 résultats possibles. Dans le cas contraire, l'espace d'échantillon contient 100 résultats possibles.

NOTE 1 Les résultats possibles peuvent provenir d'une expérience réelle ou d'une expérience totalement hypothétique. Cet ensemble peut par exemple être une liste explicite, un ensemble dénombrable tel que des entiers positifs {1, 2, 3, … } ou la droite réelle.

NOTE 2 L’espace échantillon est la première composante d’un **espace de probabilité** (2.68).

2.2
event

A

subset of the **sample space** (2.1)

EXAMPLE 1 Continuing with Example 1 of 2.1, the following are examples of events {0}, (0, 2), {5,7}, [7, $+\infty$), corresponding to an initially failed battery, a battery that works initially but fails before two hours, a battery that fails at exactly 5,7 h, and a battery that has not yet failed at 7 h. The {0} and {5,7} are each sets containing a single value; (0, 2) is an open interval of the real line; [7, $+\infty$) is a left closed infinite interval of the real line.

EXAMPLE 2 Continuing with Example 2 of 2.1, restrict attention to selection without replacement and without recording the selection order. One possible event is A defined by {at least one of the resistors 1 or 2 is included in the sample}. This event contains the 17 outcomes (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), and (2, 10). Another possible event B is {none of the resistors 8, 9 or 10 is included in the sample}. This event contains the 21 outcomes (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7).

EXAMPLE 3 Continuing with Example 2, the intersection of events A and B (i.e. that at least one of the resistors 1 and 2 is included in the sample, but none of the resistors 8, 9 and 10), contains the following 11 outcomes (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7).

The union of the events A and B contains the following 27 outcomes: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), and (6, 7).

Incidentally, the number of outcomes in the union of the events A and B (i.e., that at least one of the resistors 1 and 2 or none of the resistors 8, 9, and 10, is included in the sample) is 27 which also equals 17 + 21 − 11, namely the number of outcomes in A plus the number of outcomes in B minus the number of outcomes in the intersection is equal to the number of outcomes in the union of the events.

NOTE Given an event and an outcome of an experiment, the event is said to have occurred, if the outcome belongs to the event. Events of practical interest will belong to the **sigma algebra of events** (2.69), the second component of the **probability space** (2.68). Events naturally occur in gambling contexts (poker, roulette, and so forth) where determining the number of outcomes that belong to an event determines the odds for betting.

2.2
événement

A

sous-ensemble de l'**espace d'échantillon** (2.1)

EXEMPLE 1 En reprenant l'Exemple 1 donné en 2.1, les exemples suivants sont les événements {0}, (0, 2), {5,7}, [7, $+\infty$), correspondant respectivement à une batterie qui ne fonctionne pas à la première utilisation, une batterie qui fonctionne au démarrage mais s'arrête au bout de deux heures, une batterie défectueuse au bout d'exactement 5,7 h, et une batterie qui ne présente pas encore de défaillance au bout de 7 h. Les événements {0} et {5,7} sont chacun des ensembles comprenant une valeur unique; (0, 2) est un intervalle ouvert de la droite réelle; [7, $+\infty$) est un intervalle infini fermé à gauche de la droite réelle.

EXEMPLE 2 En reprenant l'Exemple 2 donné en 2.1, l'intérêt est limité à la sélection sans remise et sans enregistrement de l'ordre de sélection. Un événement possible est A défini par {au moins une des résistances 1 ou 2 est comprise dans l'échantillon}. Cet événement contient les 17 résultats possibles suivants (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), et (2, 10). Un autre événement possible B est {aucune des résistances 8, 9 ou 10 n'est comprise dans l'échantillon}. Cet événement contient les 21 résultats possibles suivants (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7).

EXEMPLE 3 En reprenant l'Exemple 2, l'intersection des événements A et B (c'est-à-dire qu'au moins une des résistances 1 et 2 est comprise dans l'échantillon mais aucune des résistances 8, 9 et 10) contient les 11 résultats possibles suivants (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7).

La réunion des événements A et B contient les 27 résultats possibles suivants: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (1, 9), (1, 10), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (2, 10), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7) et (6, 7).

Par ailleurs, le nombre de résultats dans l'union des événements A et B (c'est dire qu'au moins l'une des résistances 1 et 2 ou aucune des résistances 8, 9, et 10, n'est comprise dans l'échantillon) est 27, qui est aussi égal à 17 + 21 − 11. Autrement dit, le nombre de résultats dans A plus le nombre de résultats dans B moins le nombre de résultats dans l'intersection est égal au nombre de résultats dans l'union des événements.

NOTE Si l'on considère un événement et un résultat d'une expérience, l'événement est dit survenu si le résultat appartient à l'événement. Les événements représentant un intérêt pratique appartiendront à la **sigma-algèbre des événements** (2.69), la seconde composante de l'**espace probabilité** (2.68). Des événements surviennent naturellement dans des contextes de jeux (poker, roulette, etc.) où le fait de déterminer le nombre de résultats possibles qui appartiennent à un événement détermine les probabilités des paris.

2.3
complementary event
A^c
sample space (2.1) excluding the given **event** (2.2)

EXAMPLE 1 Continuing with the battery Example 1 of 2.1, the complement of the event {0} is the event $(0, +\infty)$ which is equivalent to the complement of the event that the battery did not function initially is the event that the battery did function initially. Similarly, the event [0,3) corresponds to the cases that either the battery was not functioning initially or it did function less than three hours. The complement of this event is [3, ∞) which corresponds to the case that a battery was working at 3 h and its failure time is greater than this value.

EXAMPLE 2 Continuing with Example 2 of 2.2. The number of outcomes in B can be found easily by considering the complementary event to B = {the sample contains at least one of the resistors 8, 9 or 10}. This event contains the 7 + 8 + 9 = 24 outcomes (1, 8), (2, 8), (3, 8), (4, 8), (5, 8), (6, 8), (7, 8), (1, 9), (2, 9), (3, 9), (4, 9), (5, 9), (6, 9), (7, 9), (8, 9), (1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10), (5, 10), (6, 10), (7, 10), (8, 10), (9, 10). As the entire sample space contains 45 outcomes in this case, the event B contains 45 − 24 = 21 outcomes [namely: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7)].

NOTE 1 The complementary event is the complement of the event in the sample space.

NOTE 2 The complementary event is also an event.

NOTE 3 For an event A, the **complementary event** to A is usually designated by the symbol A^c.

NOTE 4 In many situations, it may be easier to compute the probability of the complement of an event than the probability of the event. For example, the event defined by “at least one defect occurs in a sample of 10 items chosen at random from a population of 1 000 items, having an assumed one percent defectives” has a huge number of outcomes to be listed. The complement of this event (no defects found) is much easier to deal with.

2.3
événement complémentaire
A^c
espace d'échantillon (2.1) excluant **l'événement** donné (2.2)

EXEMPLE 1 En reprenant l'Exemple 1 de la batterie donné en 2.1, le complément à l'événement {0} est l'événement $(0, +\infty)$ à savoir que le complément de l'événement selon lequel la batterie ne fonctionne pas à la première utilisation est l'événement selon lequel la batterie a effectivement fonctionné au démarrage. De même, l'événement [0,3) correspond aux cas où soit la batterie n'a pas fonctionné à la première utilisation ou elle a fonctionné moins de trois heures. Le complément à cet événement est [3, ∞) ce qui correspond au cas où une batterie a fonctionné pendant 3 h et que son temps de défaillance est supérieur à cette valeur.

EXEMPLE 2 En reprenant l'Exemple 2 donné en 2.2. Le nombre de résultats possibles en B peut être trouvé facilement en considérant l'événement complémentaire à B = {l'échantillon contient au moins une des résistances 8, 9 ou 10}. Cet événement contient les 7 + 8 + 9 = 24 résultats possibles suivants (1, 8), (2, 8), (3, 8), (4, 8), (5, 8), (6, 8), (7, 8), (1, 9), (2, 9), (3, 9), (4, 9), (5, 9), (6, 9), (7, 9), (8, 9), (1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10), (5, 10), (6, 10), (7, 10), (8, 10), (9, 10). Étant donné que la totalité de l'espace d'échantillon contient 45 résultats possibles, l'événement B contient 45 − 24 = 21 résultats possibles [à savoir: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7)].

NOTE 1 L'événement complémentaire est le complément de l'événement dans l'espace d'échantillon.

NOTE 2 L'événement complémentaire est également un événement.

NOTE 3 Pour un événement A, l'**événement complémentaire** à A est généralement désigné par le symbole A^c.

NOTE 4 Dans de nombreux cas, il peut se révéler plus facile de calculer la probabilité du complément d'un événement que la probabilité de l'événement. Par exemple, l'événement défini par «au moins un défaut survient dans un échantillon de 10 individus choisis au hasard dans une population de 1 000 individus, comportant un pourcent présumé d'éléments défectueux» comprend un nombre considérable de résultats possibles à répertorier. Le complément de cet événement (aucun défaut constaté) est beaucoup plus facile à utiliser.

2.4
independent events
pair of **events** (2.2) such that the **probability** (2.5) of the intersection of the two events is the product of the individual probabilities

EXAMPLE 1 Consider a two die tossing situation, with one red die and one white die so as to distinguish the 36 possible outcomes with probability 1/36 assigned to each. D_i is defined as the event where the sum of the dots on the red and white die is i. W is defined as the event that the white die shows one dot. The events D_7 and W are independent, whereas the events D_i and W are not independent for $i = 2, 3, 4, 5$ or 6. Events that are not independent are referred to as dependent events.

EXAMPLE 2 Independent and dependent events arise naturally in applications. In cases where events or circumstances are dependent, it is quite useful to know of the outcome of a related event. For example, an individual about to undergo heart surgery could have very different prospects for success, if it is the case that this individual had a smoking history or other risk factors. Thus, smoking and death from invasive procedures could be dependent. In contrast, death would likely be independent of the day of the week that this person was born. In a reliability context, components having a common cause of failure do not have independent failure times. Fuel rods in a reactor have a presumably low probability of cracks occurring but given that a fuel rod cracks, the probability of an adjacent rod cracking may increase substantially.

EXAMPLE 3 Continuing Example 2 of 2.2, assume that the sampling has been done by simple random sampling, such that all outcomes have the same probability 1/45. Then $P(A)$ = 17/45 = 0,377 8, $P(B)$ = 21/45 = 0,466 7 and $P(A$ and $B)$ = 11/45 = 0,244 4. However, the product $P(A) \times P(B)$ = (17/45) × (21/45) = 0,176 3, which is different from 0,244 4, so the events A and B are not independent.

2.4
événements indépendants
couple d'**événements** (2.2) tel que la **probabilité** (2.5) de l'intersection de deux événements est le produit des probabilités individuelles

EXEMPLE 1 Soit une situation de lancement de deux dés, l'un rouge et l'autre blanc, de sorte à pouvoir différencier les 36 résultats possibles, chacun ayant une probabilité de 1/36. D_i défini comme étant l'événement où la somme des points sur le dé rouge et le dé blanc est i, et W est défini comme étant l'événement que le dé blanc indique un point. Les événements D_7 et W sont indépendants, alors que les événements D_i et W ne sont pas indépendants pour $i = 2, 3, 4, 5$ ou 6. Les événements qui ne sont pas indépendants sont appelés événements dépendants.

EXEMPLE 2 Dans la pratique, les événements indépendants et dépendants surviennent naturellement. Lorsque des événements ou des circonstances sont dépendants, il est préférable de connaître le résultat d'un événement associé. Par exemple, un individu devant subir une opération cardiaque peut avoir différentes possibilités de réussite s'il présente des antécédents de fumeur ou d'autres facteurs de risque. Ainsi, le tabac et la mortalité sur la base de chirurgie effractive peuvent être dépendants. En revanche, la mortalité est vraisemblablement indépendante du jour de la semaine de naissance de l'individu concerné. Dans un contexte de fiabilité, les composants ayant une cause commune de défaut n'ont pas des temps de défaillance indépendants. Les fissures de barres de combustible dans un réacteur ont vraisemblablement une faible probabilité d'occurrence, mais si l'on considère qu'une barre de combustible se fissure, la probabilité d'avoir une barre de combustible adjacente qui se fissure peut croître de manière substantielle.

EXEMPLE 3 En reprenant l'Exemple 2 donné en 2.2, supposons que l'échantillonnage a été réalisé sur la base d'un échantillonnage aléatoire simple de sorte que tous les résultats possibles ont la même probabilité de 1/45. Alors $P(A)$ = 17/45 = 0,377 8, $P(B)$ = 21/45 = 0,466 7 et $P(A$ et $B)$ = 11/45 = 0,244 4. Cependant, le produit $P(A) \times P(B)$ = (17/45) × (21/45) = 0,176 3 est différent de 0,244 4 de sorte que les événements A et B ne sont pas indépendants.

NOTE This definition is given in the context of two events but can be extended. For events A and B, the independence condition is $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$. For three events A, B and C to be independent, it is required that:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)\,P(B)\,P(C)$$

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A)\,P(C) \text{ and}$$

$$P(B \cap C) = P(B)\,P(C)$$

In general, for more than two events, $A_1, A_2, \ldots, A_n$ are independent if the probability of the intersection of any given subset of the events equals the product of the individual events, this condition holding for each and every subset. It is possible to construct an example in which each pair of events is independent, but the three events are not independent (i.e. pairwise, but not complete independence).

NOTE La présente définition s'applique à deux événements mais elle peut être élargie. Pour les événements A et B, la condition d'indépendance est $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$. Pour que les trois événements A, B et C soient indépendants, il faut que:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)\,P(B)\,P(C)$$

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A)\,P(C) \text{ et}$$

$$P(B \cap C) = P(B)\,P(C)$$

En général, pour plus de deux événements, $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sont indépendants si la probabilité de l'intersection de tout sous-ensemble donné d'événements est égale au produit des événements individuels, cette condition étant vraie pour tout sous-ensemble. Il est possible de construire un exemple dans lequel chacun des couples d'événements est indépendant mais dans lequel les trois événements ensemble ne sont pas indépendants (c'est-à-dire indépendance par paire, mais pas complète).

2.5
probability of an event A

$P(A)$

real number in the closed interval [0, 1] assigned to an **event** (2.2)

EXAMPLE Continuing with Example 2 of 2.1, the probability for an event can be found by adding the probabilities for all outcomes constituting the event. If all the 45 outcomes have the same probability, each of them will have the probability 1/45. The probability of an event can be found by counting the number of outcomes and dividing this number by 45.

NOTE 1 **Probability measure** (2.70) provides assignment of real numbers for every event of interest in the sample space. Taking an individual event, the assignment by the probability measure gives the probability associated with the event. In other words, probability measure yields the complete set of assignments for all of the events, whereas probability represents one specific assignment for an individual event.

NOTE 2 This definition refers to probability as probability of a specific event. Probability can be related to a long-run relative frequency of occurrences or to a degree of belief in the likely occurrence of an event. Typically, the probability of an event A is denoted by $P(A)$. The notation $\wp(A)$ using the script letter $\wp$ is used in contexts where there is the need to explicitly consider the formality of a **probability space** (2.68).

2.5
probabilité d'un événement A

$P(A)$

nombre réel dans l'intervalle fermé [0, 1], attribué à un événement (2.2)

EXEMPLE En reprenant l'Exemple 2 donné en 2.1, la probabilité d'un événement peut être trouvée en ajoutant les probabilités de tous les résultats possibles constitutifs de l'événement. Si les 45 résultats possibles ont la même probabilité, chacun d'entre eux aura la probabilité 1/45. La probabilité d'un événement peut être trouvée en calculant le nombre de résultats possibles et en le divisant par 45.

NOTE 1 La **mesure de probabilité** (2.70) fournit l'attribution de nombres réels à chaque événement considéré dans l'espace d'échantillon. Si l'on considère un événement individuel, l'attribution donnée par la mesure de probabilité fournit la probabilité associée à l'événement. En d'autres termes, la mesure de probabilité donne l'ensemble complet d'attributions pour tous les événements, alors que la probabilité représente une attribution spécifique pour un événement individuel.

NOTE 2 La présente définition s'applique à la probabilité considérée comme probabilité d'un événement spécifique. La probabilité peut être associée à une fréquence d'occurrences dans une longue série ou à un degré de croyance qu'un événement se produira. Généralement, la probabilité d'un événement A est notée $P(A)$. La notation $\wp(A)$ utilisant la lettre scripte $\wp$ est utilisée dans les contextes où il est nécessaire de considérer de manière explicite la formalité d'un **espace de probabilité** (2.68).

2.6
conditional probability

$P(A|B)$

probability (2.5) of the intersection of A and B divided by the probability of B

EXAMPLE 1 Continuing the battery Example 1 of 2.1, consider the **event** (2.2) A defined as {the battery survives at least three hours}, namely $[3, \infty)$. Let the event B be defined as {the battery functioned initially}, namely $(0, \infty)$. The conditional probability of A given B takes into account that one is dealing with the initially functional batteries.

EXAMPLE 2 Continuing with Example 2 of 2.1, if the selection is without replacement, the probability of selecting resistor 2 in the second draw is equal to zero given that it has been selected in the first draw. If the probabilities are equal for all resistors to be selected, the probability for selecting resistor 2 in the second draw equals 0,111 1 given that it has not been selected in the first draw.

EXAMPLE 3 Continuing with Example 2 of 2.1, if the selection is done with replacement and the probabilities are the same for all resistors to be selected within each draw, then the probability of selecting resistor 2 in the second draw will be 0,1 either if resistor 2 has been selected in the first draw or if it is not selected in the first draw. Thus the outcomes of the first and the second draw are independent events.

NOTE 1 The probability of the event B is required to be greater than zero.

NOTE 2 "A given B" can be stated more fully as "the event A given the event B has occurred". The vertical bar in the symbol for conditional probability is pronounced "given".

NOTE 3 If the conditional probability of the event A given that the event B occurred is equal to the probability of A occurring, the events A and B are independent. In other words, the knowledge of occurrence of B suggests no adjustment to the probability of A.

2.6
probabilité conditionnelle

$P(A|B)$

probabilité (2.5) de l'intersection de A et B divisée par la probabilité de B

EXEMPLE 1 En reprenant l'Exemple 1 de la batterie donné en 2.1, considérons l'**événement** A (2.2) défini comme {la batterie fonctionne au moins trois heures}, à savoir $[3, \infty)$. Soit l'événement B défini comme {la batterie a fonctionné à la première utilisation}, à savoir $(0, \infty)$. La probabilité conditionnelle de A sachant B tient compte du fait qu'il s'agit de batteries opérationnelles à la première utilisation.

EXEMPLE 2 En reprenant l'Exemple 2 donné en 2.1, si la sélection est faite sans remise, la probabilité de prélever la résistance 2 dans le second tirage est égale à zéro étant donné qu'elle a été prélevée dans le premier tirage. Si les probabilités sont égales pour toutes les résistances à sélectionner, la probabilité de prélever la résistance 2 dans le second tirage est égale à 0,111 1 étant donné qu'elle n'a pas été prélevée dans le premier tirage.

EXEMPLE 3 En reprenant l'Exemple 2 donné en 2.1, si la sélection est faite avec remise et si les probabilités sont identiques pour toutes les résistances à sélectionner dans chaque tirage, la probabilité de prélever la résistance 2 dans le second tirage sera alors égale à 0,1, que la résistance 2 ait été prélevée ou non dans le premier tirage. Ainsi, les résultats des premier et second tirages sont des événements indépendants.

NOTE 1 La probabilité de l'événement B doit être supérieure à zéro.

NOTE 2 «A sachant B» peut être formulé plus complètement comme «l'événement A sachant que l'événement B a eu lieu». La barre verticale dans le symbole de la probabilité conditionnelle se dit «sachant».

NOTE 3 Si la probabilité conditionnelle de l'événement A sachant que l'événement B a eu lieu est égale à la probabilité d'occurrence de A, les événements A et B sont indépendants. En d'autres termes, le fait de connaître l'occurrence de B ne suggère pas d'ajuster la probabilité de A.

2.7
distribution function of a random variable X

$F(x)$

function of x giving the **probability** (2.5) of the **event** (2.2) $(-\infty, x]$

NOTE 1 The interval $(-\infty, x]$ is the set of all values up to and including x.

NOTE 2 The distribution function completely describes the **probability distribution** (2.11) of the **random variable** (2.10). Classifications of distributions as well as classifications of random variables into discrete or continuous classes are based on classifications of distribution functions.

NOTE 3 Since random variables take values that are real numbers or ordered k-tuples of real numbers, it is implicit in the definition that x is also a real number or an ordered k-tuple of real numbers. The distribution function for a **multivariate distribution** (2.17) gives the **probability** (2.5) that each of the random variables of the multivariate distribution is less than or equal to a specified value. Notationally, a multivariate distribution function is given by $F(x_1, x_2, ..., x_n) = P[X_1 \leqslant x_1, X_2 \leqslant x_2, ..., X_n \leqslant x_n]$. Also, a distribution function is non-decreasing. In a univariate setting, the distribution function is given by $F(x) = P[X \leqslant x]$, which gives the probability of the event that the random variable X takes on a value less than or equal to x.

NOTE 4 Commonly, distribution functions are classified into **discrete distribution** (2.22) functions and **continuous distribution** (2.23) functions but there are other possibilities. Recalling the battery example of 2.1, one possible distribution function is, as follows:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ 0{,}1 & \text{if } x = 0 \\ 0{,}1 + 0{,}9[1 - \exp(-x)] & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

From this specification of the distribution function, battery life is non-negative. There is a 10 % chance that the battery does not function on the initial attempt. If the battery does in fact function initially, then its battery life has an **exponential distribution** (2.58) with mean life of 1 h.

NOTE 5 Often the abbreviation cdf (cumulative distribution function) is given for distribution function.

2.7
fonction de répartition d'une variable aléatoire X

$F(x)$

fonction donnant pour toute valeur x la **probabilité** (2.5) de **l'événement** (2.2) $(-\infty, x]$

NOTE 1 L'intervalle $(-\infty, x]$ est l'ensemble de toutes les valeurs jusqu'à et y compris x.

NOTE 2 La fonction de répartition décrit complètement la **loi de probabilité** (2.11) de la **variable aléatoire** (2.10). Les classifications des distributions ainsi que des variables aléatoires en classes discrètes ou continues sont fondées sur les classifications des fonctions de répartition.

NOTE 3 Étant donné que les variables aléatoires prennent des valeurs qui sont des nombres réels ou des k-tuples ordonnés de nombres réels, il est implicite dans la définition que x est également un nombre réel ou un k-tuple ordonné de nombres réels. La fonction de répartition pour une **distribution à plusieurs variables** (2.17) donne la **probabilité** (2.5) que chacune des variables aléatoires de la distribution à plusieurs variables est inférieure ou égale à une valeur spécifiée. En termes de notation, une fonction de répartition à plusieurs variables est donnée par $F(x_1, x_2, ..., x_n) = P[X_1 \leqslant x_1, X_2 \leqslant x_2, ..., X_n \leqslant x_n]$. Une fonction de répartition est également non décroissante. Dans un paramétrage à une seule variable, la fonction de répartition est donnée par $F(x) = P[X \leqslant x]$, ce qui donne la probabilité de l'événement que la variable aléatoire X prend une valeur inférieure ou égale x.

NOTE 4 En règle générale, les fonctions de répartition sont classées en fonctions de **distribution discrète** (2.22) et de **distribution continue** (2.23) mais il existe d'autres possibilités. En reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.1, une fonction de répartition possible est la suivante:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0{,}1 & \text{si } x = 0 \\ 0{,}1 + 0{,}9[1 - \exp(-x)] & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Sur la base de cette spécification de la fonction de répartition, la durée de vie de la batterie est non négative. Il existe une probabilité de 10 % que la batterie ne fonctionne pas à la première utilisation. Si la batterie fonctionne effectivement au démarrage, sa durée de vie présente alors une **loi exponentielle** (2.58) avec une durée de vie moyenne de 1 h.

NOTE 5 L'abréviation fdr est souvent utilisée pour la fonction de répartition.

2.8
family of distributions

set of **probability distributions** (2.11)

NOTE 1 The set of probability distributions is often indexed by a **parameter** (2.9) of the probability distribution.

NOTE 2 Often the **mean** (2.35) and/or the **variance** (2.36) of the probability distribution is used as the index of the **family of distributions** or as part of the index in cases where more than two parameters are needed to index the family of distributions. On other occasions, the mean and variance are not necessarily explicit parameters in the family of distributions but rather a function of the parameters.

2.8
famille de distributions

ensemble de **lois de probabilité** (2.11)

NOTE 1 L'ensemble de lois de probabilité est souvent indexé par un **paramètre** (2.9) de la loi de probabilité.

NOTE 2 La **moyenne** (2.35) et/ou la **variance** (2.36) de la loi de probabilité sont souvent utilisées en tant qu'indice de la **famille de distributions** ou comme partie de l'indice lorsque plus de deux paramètres sont nécessaires pour indexer la famille de distributions. Dans d'autres cas, la moyenne et la variance ne sont pas nécessairement des paramètres explicites de la famille de distributions mais plutôt une fonction des paramètres.

2.9
parameter

index of a **family of distributions** (2.8)

NOTE 1 The parameter may be one-dimensional or multi-dimensional.

NOTE 2 Parameters are sometimes referred to as location parameters, particularly if the parameter corresponds directly to the mean of the family of distributions. Some parameters are described as scale parameters, particularly if they are exactly or proportional to the **standard deviation** (2.37) of the distribution. Parameters that are neither location nor scale parameters are generally referred to as shape parameters.

2.9
paramètre

indice d'une **famille de distributions** (2.8)

NOTE 1 Le paramètre peut être à une ou à plusieurs dimensions.

NOTE 2 Les paramètres sont parfois désignés comme paramètres de position, notamment si le paramètre correspond directement à la moyenne de la famille de distributions. Certains paramètres sont décrits comme des paramètres d'échelle, notamment s'ils sont exactement ou proportionnellement égaux à l'**écart-type** (2.37) de la distribution. Les paramètres qui ne sont ni de position ni d'échelle sont généralement désignés comme des paramètres de forme.

2.10
random variable
function defined on a **sample space** (2.1) where the values of the function are ordered k-tuplets of real numbers

EXAMPLE Continuing the battery example introduced in 2.1, the sample space consists of events which are described in words (battery fails upon initial attempt, battery works initially but then fails at x hours). Such events are awkward to work with mathematically, so it is natural to associate with each event, the time (given as a real number) at which the battery fails. If the random variable takes the value 0, then one would recognize that this outcome corresponds to an initial failure. For a value of the random variable greater than zero, it would be understood that the battery initially worked and then subsequently failed at this specific value. The random variable representation allows one to answer questions such as, "what is the probability that the battery exceeds its warranty life, i.e. 6 h?".

NOTE 1 An example of an ordered k-tuplet is $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$. An ordered k-tuplet is, in other words, a vector in k dimensions (either a row or column vector).

NOTE 2 Typically, the **random variable** has dimension denoted by k. If $k = 1$, the random variable is said to be one-dimensional or univariate. For $k > 1$, the random variable is said to be multi-dimensional. In practice, when the dimension is a given number, k, the random variable is said to be k-dimensional.

NOTE 3 A one-dimensional random variable is a real-valued function defined on the **sample space** (2.1) that is part of a **probability space** (2.68).

NOTE 4 A random variable with real values given as ordered pairs is said to be two-dimensional. The definition extends the ordered pair concept to ordered k-tuplets.

NOTE 5 The j^{th} component of a k-dimensional random variable is the random variable corresponding to only the j^{th} component of the k-tuplet. The j^{th} component of a k-dimensional random variable corresponds to a probability space where **events** (2.2) are determined only in terms of values of the component considered.

2.10
variable aléatoire
fonction définie sur un **espace d'échantillon** (2.1) où les valeurs de la fonction sont des k-tuples ordonnés de nombres réels

EXEMPLE En reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.1, l'espace d'échantillon est constitué d'événements qui sont décrits par des mots (la batterie ne fonctionne pas à la première utilisation, la batterie fonctionne au démarrage mais s'arrête au bout de x heures). Ces événements sont difficiles à analyser en termes mathématiques, il est donc naturel d'associer à chaque événement le moment (exprimé en nombre réel) auquel la batterie est défectueuse. Si la variable aléatoire prend la valeur 0, il convient alors d'admettre que ce résultat correspond à une défaillance à la première utilisation. Lorsque la variable aléatoire prend une valeur supérieure à zéro, cela correspond au fait que la batterie a fonctionné à la première utilisation puis s'est arrêtée à la valeur spécifique. La représentation de la variable aléatoire permet de répondre à des questions telles que «quelle est la probabilité qu'a la batterie de dépasser sa durée de vie garantie, soit 6 h?».

NOTE 1 Un exemple de k-tuplet ordonné est $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$. Un k-tuplet ordonné est, en d'autres termes, un vecteur de k dimensions (un vecteur-ligne ou un vecteur-colonne).

NOTE 2 En règle générale, la dimension de la **variable aléatoire** est notée k. Si $k = 1$, la variable aléatoire est dite à une dimension ou à une variable. Pour $k > 1$, la variable aléatoire est dite à plusieurs dimensions. Dans la pratique, lorsque la dimension est un nombre donné, k, la variable aléatoire est dite à k dimensions.

NOTE 3 Une variable aléatoire à une dimension est une fonction à valeur réelle définie sur l'**espace d'échantillon** (2.1) qui fait partie d'un **espace de probabilité** (2.68).

NOTE 4 Une variable aléatoire à valeurs réelles données en couples ordonnés est dite à deux dimensions. La définition étend le concept de couple ordonné aux k-tuplets ordonnés.

NOTE 5 La $j^{\text{ème}}$ composante d'une variable aléatoire à k dimensions est la variable aléatoire correspondant uniquement à la $j^{\text{ème}}$ composante du k-tuplet. La $j^{\text{ème}}$ composante d'une variable aléatoire à k dimensions correspond à un espace de probabilité où les **événements** (2.2) ne sont déterminés qu'en termes de valeurs de la composante considérée.

2.11
probability distribution
distribution

probability measure (2.70) induced by a **random variable** (2.10)

EXAMPLE Continuing with the battery example from 2.1, the distribution of battery life completely describes the probabilities with which specific values occur. It is not known with certainty what the failure time of a given battery will be nor is it known (prior to testing) if the battery will even function upon the initial attempt. The probability distribution completely describes the probabilistic nature of an uncertain outcome. In Note 4 of 2.7, one possible representation of the probability distribution was given, namely a distribution function.

NOTE 1 There are numerous, equivalent mathematical representations of a distribution including **distribution function** (2.7), **probability density function** (2.27), if it exists, and characteristic function. With varying levels of difficulty, these representations allow for determining the probability with which a random variable takes values in a given region.

NOTE 2 Since a random variable is a function on subsets of the sample space to the real line, it is the case, for example, that the probability that a random variable takes on any real value is 1. For the battery example, $P[X \geqslant 0] = 1$. In many situations, it is much easier to deal directly with the random variable and one of its representations than to be concerned with the underlying probability measure. However, in converting from one representation to another, the probability measure ensures the consistency.

NOTE 3 A random variable with a single component is called a one-dimensional or univariate probability distribution. If a random variable has two components, one speaks about a two-dimensional or bivariate probability distribution, and with more than two components, the random variable has a multidimensional or multivariate probability distribution.

2.11
loi de probabilité
distribution

mesure de probabilité (2.70) induite par une **variable aléatoire** (2.10)

EXEMPLE En reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.1, la distribution de la durée de vie de la batterie décrit complètement les probabilités auxquelles les valeurs spécifiques surviennent. On ne sait pas avec certitude à quel moment surviendra la défaillance d'une batterie donnée, ni (avant les essais) si la batterie fonctionnera à la première utilisation. La loi de probabilité décrit complètement la nature probabiliste d'un résultat incertain. La Note 4 en 2.7 donne une représentation possible de la loi de probabilité, à savoir une fonction de répartition.

NOTE 1 Il existe de nombreuses représentations mathématiques équivalentes d'une distribution comprenant la **fonction de répartition** (2.7), la **fonction de densité de probabilité** (2.27), si elle existe et la fonction caractéristique. En fonction des différents niveaux de difficulté, ces représentations permettent de déterminer la probabilité qu'a une variable aléatoire de prendre des valeurs dans une région donnée.

NOTE 2 Étant donné qu'une variable aléatoire est une fonction de sous-ensembles de l'espace d'échantillon à valeurs réelles, il peut exister le cas, par exemple, où la probabilité qu'une variable aléatoire prenne une valeur réelle soit de 1. Pour l'exemple de la batterie, $P[X \geqslant 0] = 1$. Dans la plupart des cas, il est beaucoup plus facile d'analyser directement la variable aléatoire et l'une de ses représentations plutôt que de s'intéresser à la mesure de probabilité sous-jacente. Cependant, lors de la conversion d'une représentation à une autre, la mesure de probabilité assure la cohérence.

NOTE 3 Une variable aléatoire à une seule composante est appelée loi de probabilité à une dimension ou à une variable. Si une variable aléatoire a deux composantes, elle est désignée loi de probabilité à deux dimensions ou à deux variables et lorsqu'elle comporte plus de deux composantes, la variable aléatoire a une loi de probabilité à plusieurs dimensions ou à plusieurs variables.

2.12
expectation

integral of a function of a **random variable** (2.10) with respect to a **probability measure** (2.70) over the **sample space** (2.1)

NOTE 1 The **expectation** of the function g of a **random variable** X is denoted by $E[g(X)]$ and is computed as:

$$E[g(X)] = \int_{\Omega} g(X)\,\mathrm{d}P = \int_{R^k} g(x)\,\mathrm{d}F(x)$$

where $F(x)$ is the corresponding distribution function.

NOTE 2 The "E" in $E[g(X)]$ comes from the "expected value" or "expectation" of the random variable X. E can be viewed as an operator or function that maps a random variable to the real line according to the above calculation.

NOTE 3 Two integrals are given for $E[g(X)]$. The first treats the integration over the sample space which is conceptually appealing but not of practical use, for reasons of clumsiness in dealing with events themselves (for example, if given verbally). The second integral depicts the calculation over the R^k, which is of greater practical interest.

NOTE 4 In many cases of practical interest, the above integral reduces to a form recognizable from calculus. Examples are given in the notes to **moment of order** r (2.34) where $g(x) = x^r$, **mean** (2.35) where $g(x) = x$ and **variance** (2.36) where $g(x) = [x - E(X)]^2$.

NOTE 5 The definition is not restricted to one-dimensional integrals as the previous examples and notes might suggest. For higher dimensional situations, see 2.43.

NOTE 6 For a **discrete random variable** (2.28), the second integral in Note 1 is replaced by the summation symbol. Examples can be found in 2.35.

2.12
espérance mathématique

intégrale d'une fonction d'une **variable aléatoire** (2.10) par rapport à une **mesure de probabilité** (2.70) sur l'**espace d'échantillon** (2.1)

NOTE 1 L'**espérance mathématique** de la fonction g d'une **variable aléatoire** X est notée $E[g(X)]$ et est calculée comme suit:

$$E[g(X)] = \int_{\Omega} g(X)\,\mathrm{d}P = \int_{R^k} g(x)\,\mathrm{d}F(x)$$

où $F(x)$ est la fonction de répartition correspondante.

NOTE 2 Le «E» de $E[g(X)]$ provient de la «valeur espérée» ou de «l'espérance mathématique» de la variable aléatoire X. E peut être considérée comme un opérateur ou une fonction qui représente une variable aléatoire par un nombre réel conformément au calcul ci-dessus.

NOTE 3 Deux intégrales sont données pour $E[g(X)]$. La première concerne l'intégration sur l'espace d'échantillon qui constitue une représentation conceptuelle attrayante mais non applicable dans la pratique du fait de la difficulté à traiter les événements proprement dits (par exemple lorsqu'ils sont verbaux). La seconde intégrale représente le calcul sur R^k, qui revêt un intérêt pratique plus important.

NOTE 4 Dans de nombreux cas pratiques, l'intégrale susmentionnée réduit le calcul à une forme reconnaissable. Des exemples sont donnés dans les notes du **moment d'ordre** r (2.34) où $g(x) = x^r$, de la **moyenne** (2.35) où $g(x) = x$ et de la **variance** (2.36) où $g(x) = [x - E(X)]^2$.

NOTE 5 La définition ne se limite pas aux intégrales à une dimension comme pourraient le laisser supposer les exemples et les notes antérieurs. Pour des cas présentant des dimensions supérieures, voir 2.43.

NOTE 6 Pour une **variable aléatoire discrète** (2.28), la seconde intégrale de la Note 1 est remplacée par le symbole somme. Des exemples peuvent être trouvés en 2.35.

2.13
***p*-quantile**
***p*-fractile**
X_p, x_p
value of x equal to the infimum of all x such that the **distribution function** (2.7) $F(x)$ is greater than or equal to p, for $0 < p < 1$

EXAMPLE 1 Consider a **binomial distribution** (2.46) with probability mass function given in Table 2. This set of values corresponds to a binomial distribution with parameters $n = 6$ and $p = 0{,}3$. For this case, some selected p-quantiles are:

$x_{0,1} = 0$

$x_{0,25} = 1$

$x_{0,5} = 2$

$x_{0,75} = 3$

$x_{0,90} = 3$

$x_{0,95} = 4$

$x_{0,99} = 5$

$x_{0,999} = 5$

The discreteness of the binomial distribution leads to integral values of the p-quantiles.

Table 2 — Binomial distribution example

X	$P[X = x]$	$P[X \leqslant x]$	$P[X > x]$
0	0,117 649	0,117 649	0,882 351
1	0,302 526	0,420 175	0,579 825
2	0,324 135	0,744 310	0,255 690
3	0,185 220	0,929 530	0,070 470
4	0,059 535	0,989 065	0,010 935
5	0,010 206	0,999 271	0,000 729
6	0,000 729	1,000 000	0,000 000

EXAMPLE 2 Consider a **standardized normal distribution** (2.51) with selected values from its distribution function given in Table 3. Some selected p-quantiles are:

2.13
quantile d'ordre p
fractile d'ordre p
X_p, x_p
valeur de x égale à la borne inférieure de tous les x telle que la **fonction de répartition** (2.7) $F(x)$ est supérieure ou égale à p , où $0 < p < 1$

EXEMPLE 1 Soit une **loi binomiale** (2.46) dont la fonction de masse est donnée dans le Tableau 2. Cet ensemble de valeurs correspond à une loi binomiale avec pour paramètres $n = 6$ et $p = 0{,}3$. Pour ce cas, les quelques quantiles d'ordre p sélectionnés sont les suivants:

$x_{0,1} = 0$

$x_{0,25} = 1$

$x_{0,5} = 2$

$x_{0,75} = 3$

$x_{0,90} = 3$

$x_{0,95} = 4$

$x_{0,99} = 5$

$x_{0,999} = 5$

Le caractère discret de la loi binomiale conduit à des valeurs entières des quantiles d'ordre p.

Tableau 2 — Exemple de la loi binomiale

X	$P[X = x]$	$P[X \leqslant x]$	$P[X > x]$
0	0,117 649	0,117 649	0,882 351
1	0,302 526	0,420 175	0,579 825
2	0,324 135	0,744 310	0,255 690
3	0,185 220	0,929 530	0,070 470
4	0,059 535	0,989 065	0,010 935
5	0,010 206	0,999 271	0,000 729
6	0,000 729	1,000 000	0,000 000

EXEMPLE 2 Soit une **loi normale centrée réduite** (2.51) dont les valeurs sélectionnées à partir de sa fonction de répartition sont données dans le Tableau 3. Certains quantiles d'ordre p sont:

Table 3 — Standardized normal distribution example

p	x such that $P[X \leqslant x] = p$
0,1	−1,282
0,25	−0,674
0,5	0,000
0,75	0,674
0,841 344 75	1,000
0,9	1,282
0,95	1,645
0,975	1,960
0,99	2,326
0,995	2,576
0,999	3,090

Since the distribution of X is continuous, the second column heading could also be: x such that $P[X < x] = p$.

NOTE 1 For **continuous distributions** (2.23), if p is 0,5 then the 0,5-quantile corresponds to the **median** (2.14). For p equal to 0,25, the 0,25-quantile is known as the lower quartile. For continuous distributions, 25 % of the distribution is below the 0,25 quantile while 75 % is above the 0,25 quantile. For p equal to 0,75, the 0,75-quantile is known as the upper quartile.

NOTE 2 In general, 100 p % of a distribution is below the p-quantile; 100(1 − p) % of a distribution is above the p-quantile. There is a difficulty in defining the median for discrete distributions since it could be argued to have multiple values satisfying the definition.

NOTE 3 If F is continuous and strictly increasing, the p-quantile is the solution to $F(x) = p$. In this case, the word “infimum” in the definition could be replaced by “minimum”.

NOTE 4 If the distribution function is constant and equal to p in an interval, then all values in that interval are p-quantiles for F.

NOTE 5 p-quantiles are defined for **univariate distributions** (2.16).

Tableau 3 — Exemple de loi normale centrée réduite

p	x tel que $P[X \leqslant x] = p$
0,1	−1,282
0,25	−0,674
0,5	0,000
0,75	0,674
0,841 344 75	1,000
0,9	1,282
0,95	1,645
0,975	1,960
0,99	2,326
0,995	2,576
0,999	3,090

Étant donné que la distribution de X est continue, le titre de la seconde colonne peut également être: x tel que $P[X < x] = p$.

NOTE 1 Pour les **distributions continues** (2.23), si p est 0,5 alors le quantile 0,5 correspond à la **médiane** (2.14). Pour p égal à 0,25, le quantile 0,25 est connu comme étant le quartile inférieur. Pour les distributions continues, 25 % de la distribution est inférieure au quantile 0,25 tandis que 75 % est supérieure au quantile 0,25. Pour p égal à 0,75, le quantile 0,75 est connu comme étant le quartile supérieur.

NOTE 2 En règle générale, 100, p % d'une distribution sont inférieurs au quantile d'ordre p; 100(1 − p) % d'une distribution sont supérieurs au quantile d'ordre p. Il existe une difficulté à définir la médiane pour les distributions discrètes dans la mesure où on pourrait arguer qu'elle possède des valeurs multiples satisfaisant à la définition.

NOTE 3 Si F est continue et strictement croissante, le quantile d'ordre p est la solution de $F(x) = p$. Dans ce cas, le mot «infini» dans la définition peut être remplacé par «maximum».

NOTE 4 Si la fonction de répartition est constante et égale à p dans un intervalle, toutes les valeurs dans cet intervalle sont alors des quantiles d'ordre p pour F.

NOTE 5 Les quantiles d'ordre p sont définis pour les **distributions à une variable** (2.16).

2.14
median
0,5-**quantile** (2.13)

EXAMPLE For the battery example of Note 4 in 2.7, the median is 0,587 8, which is the solution for x in 0,1 + 0,9[1−exp(−x)] = 0,5

NOTE 1 The median is one of the most commonly applied p-**quantiles** (2.13) in practical use. The median of a continuous **univariate distribution** (2.16) is such that half of the **population** (1.1) is greater than or equal to the median and half of the population is less than or equal to the median.

NOTE 2 Medians are defined for **univariate distributions** (2.16).

2.14
médiane
quantile d'ordre (2.13) 0,5

EXEMPLE Pour l'exemple de la batterie donné dans la Note 4 en 2.7, la médiane est de 0,587 8, ce qui est la solution en x de 0,1 + 0,9[1−exp(−x)] = 0,5

NOTE 1 Dans la pratique, la médiane est l'un des **quantiles d'ordre** p (2.13) le plus couramment appliqué. La médiane d'une **distribution** continue **à une variable** (2.16) est telle que la moitié de la **population** (1.1) est supérieure ou égale à la médiane et l'autre moitié est inférieure ou égale à la médiane.

NOTE 2 Les médianes sont définies pour les **distributions à une variable** (2.16).

2.15
quartile
0,25-**quantile** (2.13) or 0,75-**quantile**

EXAMPLE Continuing with the battery example of 2.14, it can be shown that the 0,25-quantile is 0,182 3 and the 0,75-quantile is 1,280 9.

NOTE 1 The 0,25 quantile is also known as the **lower quartile**, while the 0,75 quantile is also known as the **upper quartile**.

NOTE 2 Quartiles are defined for **univariate distributions** (2.16).

2.15
quartile
quantile d'ordre (2.13) 0,25 ou **quantile d'ordre** 0,75

EXEMPLE En reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.14, il est possible de déterminer que le quantile d'ordre 0,25 est égal à 0,182 3 et que le quantile d'ordre 0,75 est égal à 1,280 9.

NOTE 1 Le quantile d'ordre 0,25 est également appelé **quartile inférieur** tandis que le quantile d'ordre 0,75 est également appelé **quartile supérieur**.

NOTE 2 Les médianes sont définies pour les **distributions à une variable** (2.16).

2.16
univariate probability distribution
univariate distribution
probability distribution (2.11) of a single **random variable** (2.10)

NOTE Univariate probability distributions are one-dimensional. The **binomial** (2.46), **Poisson** (2.47), **normal** (2.50), **gamma** (2.56), t (2.53), **Weibull** (2.63) and **beta** (2.59) distributions are examples of univariate probability distributions.

2.16
loi de probabilité à une variable
distribution à une variable
loi de probabilité (2.11) d'une **variable aléatoire** (2.10) simple

NOTE Les lois de probabilité à une variable sont unidimensionnelles. Les **lois binomiales** (2.46), de **Poisson** (2.47), **normale** (2.50), **gamma** (2.56), t (2.53), de **Weibull** (2.63) et **bêta** (2.59) sont des exemples de lois de probabilité à une variable.

2.17
multivariate probability distribution
multivariate distribution
probability distribution (2.11) of two or more **random variables** (2.10)

NOTE 1 For probability distributions with exactly two random variables, the qualifier multivariate is often replaced by the more restrictive qualifier **bivariate**. As mentioned in the Foreword, the probability distribution of a single random variable can be explicitly called a one-dimensional or **univariate distribution** (2.16). Since this situation is in preponderance, it is customary to presume a univariate situation unless otherwise stated.

NOTE 2 The multivariate distribution is sometimes referred to as the joint distribution.

NOTE 3 The **multinomial distribution** (2.45), **bivariate normal distribution** (2.65) and the **multivariate normal distribution** (2.64) are examples of multivariate probability distributions covered in this part of ISO 3534.

2.17
loi de probabilité à plusieurs variables
distribution à plusieurs variables
loi de probabilité (2.11) de deux **variables aléatoires** (2.10) ou plus

NOTE 1 Pour les lois de probabilité à exactement deux variables aléatoires, le qualificatif à plusieurs variables est souvent remplacé par le qualificatif plus limitatif **à deux variables**. Comme indiqué dans l'Avant-propos, la loi de probabilité d'une variable aléatoire simple peut de manière explicite être appelée **distribution à une variable** (2.16) ou à une dimension. Étant donné que cette situation prédomine, sauf indication contraire, il est généralement supposé une situation à une variable.

NOTE 2 La distribution à plusieurs variables est parfois désignée distribution combinée.

NOTE 3 La **loi multinomiale** (2.45), la **loi normale à deux variables** (2.65) et la **loi normale à plusieurs variables** (2.64) sont des exemples de lois de probabilité à plusieurs variables couvertes par la présente partie de l'ISO 3534.

2.18
marginal probability distribution
marginal distribution

probability distribution (2.11) of a non-empty, strict subset of the components of a **random variable** (2.10)

EXAMPLE 1 For a distribution with three random variables X, Y and Z, there are three marginal distributions with two random variables, namely for (X, Y), (X, Z) and (Y, Z) and three marginal distributions with a single random variable, namely for X, Y and Z.

EXAMPLE 2 For the **bivariate normal distribution** (2.65) of the pair of variables (X,Y), the distribution of each of the variables X and Y considered separately are marginal distributions, which are both **normal distributions** (2.50).

EXAMPLE 3 For the **multinomial distribution** (2.45), the distribution of (X_1, X_2) is a marginal distribution if $k > 3$. The distributions of $X_1, X_2, \ldots, X_k$, separately are also marginal distributions. These marginal distributions are each **binomial distributions** (2.46).

NOTE 1 For a joint distribution in k dimensions, one example of a marginal distribution includes the probability distribution of a subset of $k_1 < k$ random variables.

NOTE 2 Given a **continuous** (2.23) **multivariate probability distribution** (2.17) represented by its **probability density function** (2.26), the probability density function of its marginal probability distribution is determined by integrating the probability density function over the domain of the variables that are not considered in the marginal distribution.

NOTE 3 Given a **discrete** (2.22) multivariate probability distribution represented by its **probability mass function** (2.24), the probability mass function of its marginal probability distribution is determined by summing the probability mass function over the domain of the variables that are not considered in the marginal distribution.

2.18
loi de probabilité marginale
distribution marginale

loi de probabilité (2.11) d'un sous-ensemble strict et non vide des composantes d'une **variable aléatoire** (2.10)

EXEMPLE 1 Si l'on considère une distribution à trois variables aléatoires X, Y et Z il existe trois distributions marginales à deux variables aléatoires, à savoir pour (X, Y), (X, Z) et (Y, Z) et trois distributions marginales à une variable aléatoire, à savoir pour X, Y et Z.

EXEMPLE 2 Pour la **loi normale à deux variables** (2.65) du couple de variables (X,Y), les distributions des variables X et Y considérées séparément sont des distributions marginales qui sont toutes deux des **lois normales** (2.50).

EXEMPLE 3 Pour la **loi multinomiale** (2.45), la distribution de (X_1, X_2) est une distribution marginale si $k > 3$. Les distributions de $X_1, X_2, \ldots, X_k$, considérées séparément sont également des distributions marginales. Ces distributions marginales sont des **lois binomiales** (2.46).

NOTE 1 Pour une distribution à plusieurs variables de k dimensions, un exemple de distribution marginale comprend la loi de probabilité d'un sous-ensemble de $k_1 < k$ variables aléatoires.

NOTE 2 Pour une **loi de probabilité à plusieurs variables** (2.17) **continues** (2.23) représentée par sa **fonction de densité de probabilité** (2.26), la fonction de densité de probabilité de sa loi de probabilité marginale est déterminée en intégrant la fonction de densité de probabilité sur le domaine des variables qui ne sont pas considérées dans la distribution marginale.

NOTE 3 Pour une loi de probabilité à plusieurs variables **discrètes** (2.22) représentée par sa **fonction de masse** (2.24), la fonction de masse de probabilité de sa loi de probabilité marginale est déterminée en ajoutant la fonction de masse de probabilité au domaine des variables qui ne sont pas considérées dans la distribution marginale.

2.19
conditional probability distribution
conditional distribution

probability distribution (2.11) restricted to a non-empty subset of the **sample space** (2.1) and adjusted to have total probability one on the restricted sample space

EXAMPLE 1 In the battery example of 2.7, Note 4, the conditional distribution of battery life given that the battery functions initially is **exponential** (2.58).

EXAMPLE 2 For the **bivariate normal distribution** (2.65), the **conditional probability distribution** of Y given that $X = x$ reflects the impact on Y from knowledge of X.

EXAMPLE 3 Consider a random variable X depicting the distribution of annual insured loss costs in Florida due to declared hurricane events. This distribution would have a non-zero probability of zero annual loss costs owing to the possibility that no hurricane impacts Florida in a given year. Of possible interest is the conditional distribution of loss costs for those years in which an event actually occurs.

NOTE 1 As an example for a distribution with two random variables X and Y, there are conditional distributions for X and conditional distributions for Y. A distribution of X conditioned through $Y = y$ is denoted as “conditional distribution of X given $Y = y$”, while a distribution of Y conditioned by $X = x$ is denoted “conditional distribution of Y given $X = x$”.

NOTE 2 **Marginal probability distributions** (2.18) can be viewed as unconditional distributions.

NOTE 3 Example 1 above illustrates the situation where a univariate distribution is adjusted through conditioning to yield another univariate distribution, which in this case is a different distribution. In contrast, for the exponential distribution, the conditional distribution that a failure will occur within the next hour, given that no failures have occurred during the first 10 h, is exponential with the same parameter.

NOTE 4 Conditional distributions can arise for certain discrete distributions where specific outcomes are impossible. For example, the Poisson distribution could serve as a model for number of cancer patients in a population of infected patients if conditioned on being strictly positive (a patient with no tumours is not by definition infected).

NOTE 5 Conditional distributions arise in the context of restricting the sample space to a particular subset. For (X, Y) having a **bivariate normal distribution** (2.65) it may be of interest to consider the conditional distribution of (X, Y) given that the outcome must occur in the unit square $[0, 1] \times [0, 1]$. Another possibility is the conditional distribution of (X, Y) given that $X^2 + Y^2 \leqslant r$. This case corresponds to a situation where for example a part meets a tolerance and one might be interested in further properties based on achieving this performance.

2.19
loi de probabilité conditionnelle
distribution conditionnelle

loi de probabilité (2.11) limitée à un sous-ensemble non vide de l'**espace d'échantillon** (2.1) et ajustée pour avoir une probabilité totale de un sur l'espace d'échantillon limité

EXEMPLE 1 Dans l'exemple de la batterie donné en 2.7 Note 4, la distribution conditionnelle de la durée de vie de la batterie sachant que la batterie fonctionne à la première utilisation est **exponentielle** (2.58).

EXEMPLE 2 Pour la **loi normale à deux variables** (2.65), la **distribution conditionnelle** de Y sachant que $X = x$, reflète l'incidence sur Y de la connaissance de X.

EXEMPLE 3 Soit une variable aléatoire X représentant la distribution des coûts annuels de sinistres assurés en Floride dus aux événements d'ouragan déclarés. Cette distribution aurait une probabilité non nulle d'aucun coût annuel de sinistre due à la possibilité qu'aucun ouragan ne sévisse en Floride pour une année donnée. L'intérêt peut être porté sur la distribution conditionnelle des coûts de sinistre pour les années au cours desquelles un événement survient réellement.

NOTE 1 Pour un exemple d'une distribution à deux variables aléatoires X et Y, il existe des distributions conditionnelles pour X et pour Y. Une distribution de X conditionnée par $Y = y$ est notée «distribution conditionnelle de X sachant que $Y = y$», tandis qu'une distribution de Y conditionnée par $X = x$ est notée «distribution conditionnelle de Y sachant que $X = x$».

NOTE 2 Les **lois de probabilité marginale** (2.18) peuvent être considérées comme des distributions non conditionnelles.

NOTE 3 L'Exemple 1 ci-dessus illustre la situation où une distribution à une variable est ajustée conditionnellement pour obtenir une autre distribution à une variable qui, dans ce cas, est une distribution différente. En revanche, pour la loi exponentielle, la distribution conditionnelle de l'occurrence d'une défaillance au cours de l'heure qui suit, compte tenu du fait qu'aucune défaillance n'est survenue au cours des 10 premières heures, est exponentielle avec le même paramètre.

NOTE 4 Des distributions conditionnelles peuvent s'appliquer à certaines distributions discrètes pour lesquelles des résultats spécifiques sont impossibles. Par exemple, la distribution de Poisson pourrait être utilisée comme modèle pour les patients atteints du cancer dans une population de patients infectés, sur la base qu'elle est strictement positive (un patient n'ayant pas de tumeurs n'est, par définition, pas infecté).

NOTE 5 Des distributions conditionnelles peuvent s'appliquer lorsque l'espace d'échantillon est limité à un sous-ensemble particulier. Pour (X, Y) ayant une **distribution normale à deux variables** (2.65), il peut être intéressant de considérer la distribution conditionnelle de (X, Y) sachant que le résultat doit se produire dans le carré unité $[0, 1] \times [0, 1]$. Une autre possibilité est de considérer la distribution conditionnelle de (X, Y) sachant que $X^2 + Y^2 \leqslant r$. Ce cas correspond à une situation où, par exemple, sachant qu'une pièce est conforme à une tolérance on s'intéresse à d'autres propriétés basées sur la conformité à cette tolérance.

2.20
regression curve
collection of values of the **expectation** (2.12) of the **conditional probability distribution** (2.19) of a **random variable** (2.10) Y given a random variable $X = x$

NOTE Here, regression curve is defined in the context of (X, Y) having a bivariate distribution (see Note 1 to 2.17). Hence, it is a different concept than those found in regression analysis in which Y is related to a deterministic set of independent values.

2.20
courbe de régression
collection de valeurs de **l'espérance mathématique** (2.12) de la **loi de probabilité conditionnelle** (2.19) d'une **variable aléatoire** (2.10) Y sachant que la variable aléatoire $X = x$

NOTE Dans le cas présent, la courbe de régression est définie dans le contexte où (X, Y) a une distribution à deux variables (voir Note 1 en 2.17). En conséquence, c'est un concept différent que ceux trouvés dans l'analyse de régression dans laquelle Y est lié à un jeu déterminé de valeurs indépendantes.

2.21
regression surface
collection of values of the **expectation** (2.12) of the **conditional probability distribution** (2.19) of a **random variable** (2.10) Y given the random variables $X_1 = x_1$ and $X_2 = x_2$

NOTE Here, as in 2.20, regression surface is defined in the context of (Y, X_1, X_2) being a **multivariate distribution** (2.17). As with the regression curve, the regression surface involves a concept distinct from those found in regression analysis and response surface methodology.

2.21
surface de régression
collection de valeurs de **l'espérance mathématique** (2.12) de la **loi de probabilité conditionnelle** (2.19) d'une **variable aléatoire** (2.10) Y sachant que les variables aléatoires $X_1 = x_1$ et $X_2 = x_2$

NOTE Dans le cas présent comme en 2.20, la surface de régression est définie dans le contexte où (Y, X_1, X_2) est une **distribution à plusieurs variables** (2.17). Comme avec la courbe de régression, la surface de régression implique un concept différent de ceux trouvés dans l'analyse de régression et dans la méthodologie de réponse de surface.

2.22
discrete probability distribution
discrete distribution
probability distribution (2.11) for which the **sample space** Ω (2.1) is finite or countably infinite

EXAMPLE Examples of discrete distributions in this document are **multinomial** (2.45), **binomial** (2.46), **Poisson** (2.47), **hypergeometric** (2.48) and **negative binomial** (2.49).

NOTE 1 "Discrete" implies that the sample space can be given in a finite list or the beginnings of an infinite list in which the subsequent pattern is apparent, such as the number of defects being 0, 1, 2, … Additionally, the binomial distribution corresponds to a finite sample space {0, 1, 2, …, n} whereas the Poisson distribution corresponds to a countably infinite sample space {0, 1, 2, …}.

NOTE 2 Situations with attribute data in acceptance sampling involve discrete distributions.

NOTE 3 The **distribution function** (2.7) of a discrete distribution is discrete valued.

2.22
loi de probabilité discrète
distribution discrète
loi de probabilité (2.11) pour laquelle l'**espace d'échantillon** Ω (2.1) est fini ou infini dénombrable

EXEMPLE Les exemples de distributions discrètes du présent document sont les lois **multinomiale** (2.45), **binomiale** (2.46), de **Poisson** (2.47), **hypergéométrique** (2.48) et **binomiale négative** (2.49).

NOTE 1 Le terme «discrète» implique que l'espace d'échantillon peut être donné comme une liste finie ou le début d'une liste infinie dont la structure est apparente, par exemple un nombre de défauts égal à 0, 1, 2, … Par ailleurs, la loi binomiale correspond à un espace d'échantillon fini {0, 1, 2, …, n} alors que la loi de Poisson correspond à un espace d'échantillon infini {0, 1, 2, …}.

NOTE 2 Les situations comportant des données d'attribut pour l'échantillonnage pour acceptation impliquent des distributions discrètes.

NOTE 3 La **fonction de répartition** (2.7) d'une distribution discrète comporte des valeurs discrètes.

2.23
continuous probability distribution
continuous distribution

probability distribution (2.11) for which the **distribution function** (2.7) evaluated at x can be expressed as an integral of a non-negative function from $-\infty$ to x

EXAMPLE Situations where continuous distributions occur are virtually any of those involving variables type data found in industrial applications.

NOTE 1 Examples of continuous distributions are **normal** (2.50), **standardized normal** (2.51), t (2.53), F (2.55), **gamma** (2.56), **chi-squared** (2.57), **exponential** (2.58), **beta** (2.59), **uniform** (2.60), **Type I extreme value** (2.61), **Type II extreme value** (2.62), **Type III extreme value** (2.63), and **lognormal** (2.52).

NOTE 2 The non-negative function referred to in the definition is the **probability density function** (2.26). It is unduly restrictive to insist that a distribution function be differentiable everywhere. However, for practical considerations, many commonly used continuous distributions enjoy the property that the derivative of the distribution function provides the corresponding probability density function.

NOTE 3 Situations with variables data in acceptance sampling applications correspond to continuous probability distributions.

2.23
loi de probabilité continue
distribution continue

loi de probabilité (2.11) pour laquelle la **fonction de répartition** (2.7) évaluée à x peut être exprimée comme une intégrale d'une fonction non négative de $-\infty$ à x

EXEMPLE Les cas de distributions continues sont pratiquement tous ceux impliquant des données de type variable rencontrées dans des applications industrielles.

NOTE 1 Des exemples de distributions continues sont les lois **normale** (2.50), **normale réduite** (2.51), de t (2.53), de F (2.55), **gamma** (2.56), de **chi deux** (2.57), **exponentielle** (2.58), **bêta** (2.59), **uniforme** (2.60), de **valeurs extrêmes de type I** (2.61), **valeurs extrêmes de type II** (2.62), **valeurs extrêmes de type III** (2.63), et **log-normale** (2.52).

NOTE 2 La fonction non négative à laquelle il est fait référence dans la définition est la **fonction de densité de probabilité** (2.26). Il est trop restrictif d'insister sur le fait qu'une fonction de répartition soit différentiable partout. Cependant, pour des considérations pratiques, de nombreuses distributions continues couramment utilisées bénéficient de la propriété que la dérivée de la fonction de répartition donne la fonction de densité de probabilité correspondante.

NOTE 3 Les situations comportant des données de type variable pour l'échantillonnage pour acceptation correspondent aux lois de probabilité continues.

2.24
probability mass function

⟨discrete distribution⟩ function giving the **probability** (2.5) that a **random variable** (2.10) equals a given value

EXAMPLE 1 The **probability mass function** describing the random variable X equal to the number of heads resulting from tossing three fair coins is:

$$P(X = 0) = 1/8$$

$$P(X = 1) = 3/8$$

$$P(X = 2) = 3/8$$

$$P(X = 3) = 1/8$$

EXAMPLE 2 Various probability mass functions are given in defining common **discrete distributions** (2.22) encountered in applications. Subsequent examples of univariate discrete distributions include the **binomial** (2.46), **Poisson** (2.47), **hypergeometric** (2.48) and **negative binomial** (2.49). An example of a multivariate discrete distribution is the **multinomial** (2.45).

NOTE 1 The probability mass function can be given as $P(X = x_i) = p_i$, where X is the random variable, x_i is a given value, and p_i is the corresponding probability.

NOTE 2 A probability mass function was introduced in the p-quantile Example 1 of 2.13 using the **binomial distribution** (2.46).

2.24
fonction de masse de probabilité

⟨distribution discrète⟩ fonction donnant la **probabilité** (2.5) qu'une **variable aléatoire** (2.10) soit égale à une valeur donnée

EXEMPLE 1 La **fonction de masse de probabilité** décrivant la variable aléatoire X égale au nombre de faces résultant du lancement de trois pièces est la suivante:

$$P(X = 0) = 1/8$$

$$P(X = 1) = 3/8$$

$$P(X = 2) = 3/8$$

$$P(X = 3) = 1/8$$

EXEMPLE 2 De nombreuses fonctions de masse sont données en définissant les **distributions discrètes** (2.22) courantes rencontrées dans les applications. Les exemples suivants de distributions discrètes à une variable comprennent les distributions **binomiale** (2.46), de **Poisson** (2.47), **hypergéométrique** (2.48), et **binomiale négative** (2.49). Un exemple de distribution discrète à plusieurs variables est la distribution **multinomiale** (2.45).

NOTE 1 La fonction de masse peut être donnée par $P(X = x_i) = p_i$, où X est la variable aléatoire, x_i est une valeur donnée, et p_i est la probabilité correspondante.

NOTE 2 Une fonction de masse a été introduite dans le quantile d'ordre p de l'Exemple 1 donné en 2.13 au moyen de la **loi binomiale** (2.46).

2.25
mode of probability mass function

value(s) where a **probability mass function** (2.24) attains a local maximum

EXAMPLE The **binomial distribution** (2.46) with n = 6 and p = 1/3 is unimodal with mode at 3.

NOTE A **discrete distribution** (2.22) is unimodal if its probability mass function has exactly one mode, bimodal if its probability mass function has exactly two modes and multi-modal if its probability mass function has more than two modes.

2.25
mode de fonction de masse de probabilité

valeur(s) où une **fonction de masse de probabilité** (2.24) atteint un maximum local

EXEMPLE La **loi binomiale** (2.46) avec n = 6 et p = 1 /3 est unimodale avec un mode voisin de 3.

NOTE Une **distribution discrète** (2.22) est unimodale si sa fonction de masse a exactement un mode, elle est bimodale si sa fonction de masse a exactement deux modes et multimodale si sa fonction de masse a plus de deux modes.

2.26
probability density function
$f(x)$
non-negative function which when integrated from $-\infty$ to x gives the **distribution function** (2.7) evaluated at x of a **continuous distribution** (2.23)

EXAMPLE 1 Various probability density functions are given in defining the common probability distributions encountered in practice. Subsequent examples include the **normal** (2.50), **standardized normal** (2.51), t (2.53), F (2.55), **gamma** (2.56), **chi-squared** (2.57), **exponential** (2.58), **beta** (2.59), **uniform** (2.60), **multivariate normal** (2.64) and **bivariate normal distributions** (2.65).

EXAMPLE 2 For the distribution function defined by $F(x) = 3x^2 - 2x^3$ where $0 \leqslant x \leqslant 1$, the corresponding probability density function is $f(x) = 6x(1 - x)$ where $0 \leqslant x \leqslant 1$.

EXAMPLE 3 Continuing with the battery example of 2.1, there does not exist a probability density function associated with the specified distribution function, owing to the positive probability of a zero outcome. However, the conditional distribution given that the battery is initially functioning has $f(x) = \exp(-x)$ for $x > 0$ as its probability density function, which corresponds to the exponential distribution.

NOTE 1 If the distribution function F is continuously differentiable, then the probability density function is

$$f(x) = \mathrm{d}F(x)/\mathrm{d}x$$

at the points x where the derivative exists.

NOTE 2 A graphical plot of $f(x)$ versus x suggests descriptions such as symmetric, peaked, heavy-tailed, unimodal, bi-modal and so forth. A plot of a fitted $f(x)$ overlaid on a histogram provides a visual assessment of the agreement between a fitted distribution and the data.

NOTE 3 A common abbreviation of probability density function is pdf.

2.26
fonction de densité de probabilité
$f(x)$
fonction non négative qui lorsqu'elle est intégrée de $-\infty$ à x donne la **fonction de répartition** (2.7) évaluée en x d'une **distribution continue** (2.23)

EXEMPLE 1 Plusieurs fonctions de densité de probabilité sont données en définissant les lois de probabilité usuelles rencontrées dans la pratique. Les exemples suivants comprennent les distributions **normale** (2.50), **normale centrée réduite** (2.51), t (2.53), F (2.55), **gamma** (2.56), **chi deux** (2.57), **exponentielle** (2.58), **bêta** (2.59), **uniforme** (2.60), **normale à plusieurs variables** (2.64) et la **distribution normale à deux variables** (2.65).

EXEMPLE 2 Pour la fonction de répartition définie par $F(x) = 3x^2 - 2x^3$ où $0 \leqslant x \leqslant 1$, la fonction de densité de probabilité correspondante est $f(x) = 6x(1 - x)$ où $0 \leqslant x \leqslant 1$.

EXEMPLE 3 En reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.1, il n'existe pas de fonction de densité de probabilité associée à la fonction de répartition spécifiée, étant donné la probabilité positive d'un résultat nul. Cependant, la distribution conditionnelle que la batterie fonctionne à la première utilisation a comme fonction de densité de probabilité $f(x) = \exp(-x)$ pour $x > 0$ ce qui correspond à la loi exponentielle.

NOTE 1 Si la fonction de répartition F est différentiable de manière continue, la fonction de densité de probabilité est alors

$$f(x) = \mathrm{d}F(x)/\mathrm{d}x$$

aux points x où la dérivée existe.

NOTE 2 Une représentation graphique de $f(x)$ par rapport à x suggère des descriptions telles que symétrique, pointue, aplatie, unimodale, bimodale, etc. Une représentation graphique d'une fonction $f(x)$ ajustée sur un histogramme fournit une évaluation visuelle de l'accord entre une distribution ajustée et les données.

NOTE 3 Une abréviation courante de la fonction de densité de probabilité est fdp.

2.27
mode of probability density function
value(s) where a **probability density function** (2.26) attains a local maximum

NOTE 1 A **continuous distribution** (2.23) is unimodal if its probability density function has exactly one mode, bimodal if its probability density function has exactly two modes and multi-modal if its probability density function has more than two modes.

NOTE 2 A distribution where the modes constitute a connected set is also said to be unimodal.

2.27
mode de fonction de densité de probabilité
valeur(s) où une **fonction de densité de probabilité** (2.26) atteint un maximum local

NOTE 1 Une **distribution continue** (2.23) est unimodale si sa fonction de densité de probabilité a exactement un mode, elle est bimodale si sa fonction de densité de probabilité a exactement deux modes et multimodale si sa fonction de densité de probabilité a plus de deux modes.

NOTE 2 Une distribution dont les modes constituent un ensemble connexe est également définie comme unimodale.

2.28
discrete random variable

random variable (2.10) having a **discrete distribution** (2.22)

NOTE Discrete random variables considered in this part of ISO 3534 include the **binomial** (2.46), **Poisson** (2.47), **hypergeometric** (2.48) and **multinomial** (2.45) random variables.

2.28
variable aléatoire discrète

variable aléatoire (2.10) ayant une **distribution discrète** (2.22)

NOTE Les variables aléatoires discrètes considérées dans la présente partie de l'ISO 3534 comprennent les variables aléatoires **binomiale** (2.46), de **Poisson** (2.47), **hypergéométrique** (2.48) et **multinomiale** (2.45).

2.29
continuous random variable

random variable (2.10) having a **continuous distribution** (2.23)

NOTE Continuous random variables considered in this part of ISO 3534 include the **normal** (2.50), **standardized normal** (2.51), t **distribution** (2.53), F **distribution** (2.55), **gamma** (2.56), **chi-squared** (2.57), **exponential** (2.58), **beta** (2.59), **uniform** (2.60), **Type I extreme value** (2.61), **Type II extreme value** (2.62), **Type III extreme value** (2.63), **lognormal** (2.52), **multivariate normal** (2.64) and **bivariate normal** (2.65).

2.29
variable aléatoire continue

variable aléatoire (2.10) ayant une **distribution continue** (2.23)

NOTE Les variables aléatoires continues considérées dans la présente partie de l'ISO 3534 comprennent les variables aléatoires **normale** (2.50), **normale centrée réduite** (2.51), de t (2.53), de F (2.55), **gamma** (2.56), de **chi deux** (2.57), **exponentielle** (2.58), **bêta** (2.59), **uniforme** (2.60), de **valeurs extrêmes de type I** (2.61), de **valeurs extrêmes de type II** (2.62), de **valeurs extrêmes de type III** (2.63), **log-normale** (2.52) **à plusieurs variables** (2.64) et **normale à deux variables** (2.65).

2.30
centred probability distribution

probability distribution (2.11) of a **centred random variable** (2.31)

2.30
loi de probabilité centrée

loi de probabilité (2.11) d'une **variable aléatoire centrée** (2.31)

2.31
centred random variable

random variable (2.10) with its **mean** (2.35) subtracted

NOTE 1 A centred random variable has mean equal to zero.

NOTE 2 This term only applies to random variables with a mean. For example, the mean of the t **distribution** (2.53) with one degree of freedom does not exist.

NOTE 3 If a **random variable** X has a **mean** (2.35) equal to μ, the corresponding **centred random variable** is $X - \mu$, having mean equal to zero.

2.31
variable aléatoire centrée

variable aléatoire (2.10) dont la **moyenne** (2.35) a été soustraite

NOTE 1 Une variable aléatoire centrée a une moyenne égale à zéro.

NOTE 2 Ce terme ne s'applique qu'aux variables aléatoires avec une moyenne. Par exemple, la **moyenne** de la **loi de** t (2.53) avec un degré de liberté n'existe pas.

NOTE 3 Si la **variable aléatoire** X a une **moyenne** (2.35) égale à μ, la **variable aléatoire centrée** correspondante est $X - \mu$, avec une moyenne égale à zéro.

2.32
standardized probability distribution

probability distribution (2.11) of a **standardized random variable** (2.33)

2.32
loi de probabilité centrée réduite

loi de probabilité (2.11) d'une **variable aléatoire centrée réduite** (2.33)

2.33
standardized random variable

centred random variable (2.31) whose **standard deviation** (2.37) is equal to 1

NOTE 1 A **random variable** (2.10) is automatically standardized if its mean is zero and its standard deviation is 1. The **uniform distribution** (2.60) on the interval $(-3^{0,5}, 3^{0,5})$ has mean zero and standard deviation equal to 1. The **standardized normal distribution** (2.51) is, of course, standardized.

NOTE 2 If the **distribution** (2.11) of the random variable X has **mean** (2.35) μ and standard deviation σ, then the corresponding standardized random variable is $(X-\mu)/\sigma$.

2.33
variable aléatoire centrée réduite

variable aléatoire centrée (2.31) dont l'**écart-type** (2.37) est égal à 1

NOTE 1 Une **variable aléatoire** (2.10) est automatiquement centrée réduite si sa moyenne est égale à zéro et son écart-type est égal à 1. La **loi uniforme** (2.60) sur l'intervalle $(-3^{0,5}, 3^{0,5})$ a une moyenne égale à zéro et un écart-type égal à 1. La **loi normale centrée réduite** (2.51) est bien entendu centrée réduite.

NOTE 2 Si la **distribution** (2.11) de la variable aléatoire X a une **moyenne** (2.35) μ et un écart-type σ, la variable aléatoire centrée réduite correspondante est alors $(X-\mu)/\sigma$.

2.34
moment of order r
rth moment

expectation (2.12) of the r^{th} power of a **random variable** (2.10)

EXAMPLE Consider a random variable having **probability density function** (2.26) $f(x) = \exp(-x)$ for $x > 0$. Using integration by parts from elementary calculus, it can be shown that $E(X) = 1$, $E(X^2) = 2$, $E(X^3) = 6$, and $E(X^4) = 24$, or in general, $E(X^r) = r!$ This is an example of the **exponential distribution** (2.58).

NOTE 1 In the univariate discrete case, the appropriate formula is:

$$E(X^r) = \sum_{i=1}^{n} x_i^r p(x_i)$$

for a finite number n of outcomes and

$$E(X^r) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^r p(x_i)$$

for a countably infinite number of outcomes. In the univariate continuous case, the appropriate formula is:

$$E(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x)\mathrm{d}x$$

NOTE 2 If the random variable has dimension k, then the r^{th} power is understood to be applied componentwise.

NOTE 3 The moments given here use a random variable X raised to a power. More generally, one could consider moments of order r of $X-\mu$ or $(X-\mu)/\sigma$.

2.34
moment d'ordre r

espérance mathématique (2.12) de la $r^{\text{ème}}$ puissance d'une **variable aléatoire** (2.10)

EXEMPLE Soit une variable aléatoire ayant une **fonction de densité de probabilité** (2.26) $f(x) = \exp(-x)$ pour $x > 0$. En utilisant l'intégration par partie des calculs élémentaires d'analyse, il peut être montré que $E(X) = 1$, $E(X^2) = 2$, $E(X^3) = 6$, et $E(X^4) = 24$, ou, en général, $E(X^r) = r!$ Il s'agit d'un **exemple de la loi exponentielle** (2.58) réduite.

NOTE 1 Dans le cas d'une distribution discrète à une variable, la formule appropriée est la suivante:

$$E(X^r) = \sum_{i=1}^{n} x_i^r p(x_i)$$

pour un nombre fini n de résultats

$$E(X^r) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^r p(x_i)$$

pour un nombre infini dénombrable de résultats. Dans le cas d'une distribution continue à une variable, la formule appropriée est la suivante:

$$E(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x)\mathrm{d}x$$

NOTE 2 Si une variable aléatoire a la dimension k, alors la $r^{\text{ème}}$ puissance est comprise comme devant être appliquée élément par élément.

NOTE 3 Les moments donnés ici utilisent une variable aléatoire X élevée à une puissance. Plus généralement, il est possible de considérer des moments d'ordre r de $X-\mu$ ou $(X-\mu)/\sigma$.

2.35 Means

2.35.1
mean
moment of order $r = 1$

μ

⟨continuous distribution⟩ moment of order r where r equals 1, calculated as the integral of the product of x and the **probability density function** (2.26), $f(x)$, over the real line

EXAMPLE 1 Consider a **continuous random variable** (2.29) X having probability density function $f(x) = 6x(1 - x)$, where $0 \leqslant x \leqslant 1$. The mean of X is:

$$\int_0^1 6x^2(1 - x)\mathrm{d}x = 0{,}5$$

EXAMPLE 2 Continuing with the battery example from 2.1 and 2.7, the mean is 0,9 since with probability 0,1 the mean of the discrete part of the distribution is 0 and with probability 0,9 the mean of the continuous part of the distribution is 1. This distribution is a mixture of continuous and discrete distributions.

NOTE 1 The mean of a **continuous distribution** (2.23) is denoted by $E(X)$ and is computed as:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x$$

NOTE 2 The mean does not exist for all **random variables** (2.10). For example, if X is defined by its **probability density function** $f(x) = [\pi(1 + x^2)]^{-1}$, the integral corresponding to $E(X)$ is divergent.

2.35 Moyennes

2.35.1
moyenne
moment d'ordre $r = 1$

μ

⟨distribution continue⟩ moment d'ordre r où r est égal à 1 calculé comme l'intégrale du produit de x et de la **fonction de densité de probabilité** (2.26), $f(x)$, sur la droite réelle

EXEMPLE 1 Soit une **variable aléatoire continue** (2.29) X avec pour fonction de densité de probabilité $f(x) = 6x(1 - x)$, où $0 \leqslant x \leqslant 1$. La moyenne de X est:

$$\int_0^1 6x^2(1 - x)\mathrm{d}x = 0{,}5$$

EXEMPLE 2 En reprenant les exemples donnés de 2.1 à 2.7, la moyenne est égale à 0,9 étant donné qu'avec une probabilité de 0,1 la moyenne de la partie discrète de la distribution est égale à 0 et qu'avec une probabilité de 0,9 la moyenne de la partie continue de la distribution est égale à 1. Cette distribution est un mélange de distributions continue et discrète.

NOTE 1 La moyenne d'une **distribution continue** (2.23) est notée $E(X)$ et calculée comme suit:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\mathrm{d}x$$

NOTE 2 La moyenne n'existe pas pour toutes les **variables aléatoires** (2.10). Par exemple, si X est définie par sa fonction de densité de probabilité $f(x) = [\pi(1 + x^2)]^{-1}$, l'intégrale correspondant à $E(X)$ diverge.

2.35.2
mean

μ

⟨discrete distribution⟩ summation of the product of x_i and the **probability mass function** (2.24) $p(x_i)$

EXAMPLE 1 Consider a **discrete random variable** X (2.28) representing the number of heads resulting from the tossing of three fair coins. The probability mass function is

$P(X = 0) = 1/8$

$P (X = 1) = 3/8$

$P (X = 2) = 3/8$

$P (X = 3) = 1/8$

Hence, the mean of X is

$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$

EXAMPLE 2 See Example 2 in 2.35.1.

NOTE The mean of a **discrete distribution** (2.22) is denoted by $E(X)$ and is computed as:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

for a finite number of outcomes, and

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i)$$

for a countably infinite number of outcomes.

2.35.2
moyenne de probabilité

μ

⟨distribution discrète⟩ somme du produit de x_i et de la **fonction de masse de probabilité** (2.24) $p(x_i)$

EXEMPLE 1 Soit une **variable aléatoire discrète** (2.28) X représentant le nombre de faces résultant du lancement de trois pièces. La fonction de masse est:

$P(X = 0) = 1/8$

$P (X = 1) = 3/8$

$P (X = 2) = 3/8$

$P (X = 3) = 1/8$

Ainsi, la moyenne de X est

$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$

EXEMPLE 2 Voir Exemple 2 en 2.35.1.

NOTE La moyenne d'une **distribution discrète** (2.22) est notée $E(X)$ et calculée comme suit:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

pour un nombre fini de résultats, et

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i)$$

pour un nombre infini dénombrable de résultats.

2.36
variance
V
moment of order r (2.34) where r equals 2 in the **centred probability distribution** (2.30) of the **random variable** (2.10)

EXAMPLE 1 For the **discrete random variable** (2.28) in the example of 2.24 the variance is

$$\sum_{i=0}^{3}\left(x_i-1{,}5\right)^2 P(X=x_i)=0{,}75$$

EXAMPLE 2 For the **continuous random variable** (2.29) in Example 1 of 2.26, the variance is

$$\int_0^1\left(x_i-0{,}5\right)^2 6x(1-x)\,\mathrm{d}x=0{,}05$$

EXAMPLE 3 For the battery example of 2.1, the variance can be determined by recognizing that the variance of X is $E(X^2) - [E(X)]^2$. From Example 3 of 2.35, $E(X)$ = 0,9. Using the same type of conditioning argument, $E(X^2)$ can be shown to be 1,8. Thus, the variance of X is 1,8 – $(0{,}9)^2$ which equals 0,99.

NOTE The variance can equivalently be defined as the **expectation** (2.12) of the square of the random variable minus its **mean** (2.35). The variance of a random variable X is denoted by $V(X) = E\{[X–E(X)]^2\}$.

2.36
variance
V
moment d'ordre r (2.34) où r est égal à 2 dans la **loi de probabilité centrée** (2.30) de la **variable aléatoire** (2.10)

EXEMPLE 1 Pour la **variable aléatoire discrète** (2.28) de l'exemple donné en 2.24, la variance est

$$\sum_{i=0}^{3}\left(x_i-1{,}5\right)^2 P(X=x_i)=0{,}75$$

EXEMPLE 2 Pour la **variable aléatoire continue** (2.29) de l'Exemple 1 donné en 2.26, la variance est

$$\int_0^1\left(x_i-0{,}5\right)^2 6x(1-x)\,\mathrm{d}x=0{,}05$$

EXEMPLE 3 Pour l'exemple de la batterie donné en 2.1, la variance peut être déterminée en admettant que la variance de X est $E(X^2) - [E(X)]^2$. Sur la base de l'Exemple 3 en 2.35, $E(X)$ = 0,9. En utilisant le même type d'argument de condition, $E(X^2)$ peut être déterminée égale à 1,8. Ainsi la variance de X est 1,8 – $(0{,}9)^2$ ce qui est égal à 0,99.

NOTE La variance peut de manière équivalente être définie comme l'**espérance mathématique** (2.12) du carré de la variable aléatoire moins sa **moyenne** (2.35). La variance d'une variable aléatoire X est notée $V(X) = E\{[X–E(X)]^2\}$.

2.37
standard deviation
σ
positive square root of the **variance** (2.36)

EXAMPLE For the battery example of 2.1 and 2.7, the standard deviation is 0,995.

2.37
écart-type
σ
racine carrée de la **variance** (2.36)

EXEMPLE Pour les exemples donnés de 2.1 à 2.7, l'écart-type est égal à 0,995.

2.38
coefficient of variation
CV
⟨positive random variable⟩ **standard deviation** (2.37) divided by the **mean** (2.35)

EXAMPLE For the battery example of 2.1 and 2.7, the coefficient of variation is 0,99/0,995 which equals 0,994 97.

NOTE 1 The coefficient of variation is commonly reported as a percentage.

NOTE 2 The predecessor term “relative standard deviation” is deprecated by the term coefficient of variation.

2.38
coefficient de variation
CV
⟨variable aléatoire positive⟩ **écart-type** (2.37) divisé par la **moyenne** (2.35)

EXEMPLE Pour les exemples donnés de 2.1 à 2.7, le coefficient de variation est 0,99/0,995 ce qui est égal à 0,994 97.

NOTE 1 Le coefficient de variation est communément exprimé en pourcentage.

NOTE 2 On parle aussi d'«écart-type relatif» mais ce terme a été supplanté par «coefficient de variation».

2.39
coefficient of skewness

γ_1

moment of order 3 (2.34) in the **standardized probability distribution** (2.32) of a **random variable** (2.10)

EXAMPLE Continuing with the battery example of 2.1 and 2.7 having a mixed continuous-discrete distribution, one has, using results from the example in 2.34,

$E(X) = 0{,}1(0) + 0{,}9(1) = 0{,}9$

$E(X^2) = 0{,}1(0^2) + 0{,}9(2) = 1{,}8$

$E(X^3) = 0{,}1(0) + 0{,}9(6) = 5{,}4$

$E(X^4) = 0{,}1(0) + 0{,}9(24) = 21{,}6$

To compute the coefficient of skewness, note that $E\{[X - E(X)]^3\} = E(X^3) - 3\,E(X)\,E(X^2) + 2\,[E(X)]^3$ and from 2.37 the standard deviation is 0,995. The coefficient of skewness is thus $[5{,}4 - 3(0{,}9)(1{,}8) + 2(0{,}9)^3]/(0{,}995)^3$ or 1,998.

NOTE 1 An equivalent definition is based on the **expectation** (2.12) of the third power of $(X-\mu)/\sigma$, namely $E[(X-\mu)^3/\sigma^3]$.

NOTE 2 The **coefficient of skewness** is a measure of the symmetry of a **distribution** (2.11) and is sometimes denoted by $\sqrt{\beta_1}$. For symmetric **distributions**, the coefficient of skewness is equal to 0 (provided the appropriate moments in the definition exist). Examples of distributions with skewness equal to zero include the **normal distribution** (2.50), the **beta distribution** (2.59) provided $\alpha = \beta$ and the t **distribution** (2.53) provided the moments exist.

2.39
coefficient d'asymétrie

γ_1

moment d'ordre 3 (2.34) dans la **loi de probabilité centrée réduite** (2.32) d'une **variable aléatoire** (2.10)

EXEMPLE Reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.1 et 2.7, avec une distribution combinée discrète-continue, en utilisant les résultats de l'exemple donné en 2.34, on a

$E(X) = 0{,}1(0) + 0{,}9(1) = 0{,}9$

$E(X^2) = 0{,}1(0^2) + 0{,}9(2) = 1{,}8$

$E(X^3) = 0{,}1(0) + 0{,}9(6) = 5{,}4$

$E(X^4) = 0{,}1(0) + 0{,}9(24) = 21{,}6$

Pour calculer le coefficient d'asymétrie, il est à noter que $E\{[X - E(X)]^3\} = E(X^3) - 3\,E(X)\,E(X^2) + 2\,[E(X)]^3$ et, sur la base de 2.37, l'écart-type est de 0,995. Ainsi, le coefficient d'asymétrie est $[5{,}4 - 3(0{,}9)(1{,}8) + 2(0{,}9)^3]/(0{,}995)^3$, soit 1,998.

NOTE 1 Une définition équivalente est fondée sur l'**espérance mathématique** (2.12) de la quatrième puissance de $(X-\mu)/\sigma$, à savoir $E[(X-\mu)^3/\sigma^3]$.

NOTE 2 Le **coefficient d'asymétrie** est une mesure de la symétrie d'une **distribution** (2.11) et notée $\sqrt{\beta_1}$. Pour les **distributions** symétriques, le coefficient d'asymétrie est égal à 0 (à condition qu'il existe les moments appropriés dans la définition). Les exemples de distributions ayant un coefficient d'asymétrie égal à zéro comprennent la **loi normale** (2.50), la **loi bêta** (2.59) sous réserve que $\alpha = \beta$, et la **loi de** t (2.53) sous réserve que les moments existent.

2.40
coefficient of kurtosis

β_2

moment of order 4 (2.34) in the **standardized probability distribution** (2.32) of a **random variable** (2.10)

EXAMPLE Continuing with the battery example of 2.1 and 2.7, to compute the coefficient of kurtosis, note that

$$E\{[X\text{-}E(X)]^4\} = E(X^4) - 4\,E(X)\,E(X^3) + 6[E(X)]^2\,E(X^2) - 3\,[E(X)]^4$$

The coefficient of kurtosis is thus

$$[21{,}6 - 4(0{,}9)(5{,}4) + 6(0{,}9)^2(2) - 3(0{,}9)^4]/(0{,}995)^4$$
or 8,94.

NOTE 1 An equivalent definition is based on the **expectation** (2.12) of the fourth power of $(X-\mu)/\sigma$, namely $E[(X-\mu)^4/\sigma^4]$.

NOTE 2 The coefficient of kurtosis is a measure of the heaviness of the tails of a **distribution** (2.11) For the **uniform distribution** (2.60), the coefficient of kurtosis is 1,8; for the **normal distribution** (2.50), the coefficient of kurtosis is 3; for the **exponential distribution** (2.58), the coefficient of kurtosis is 9.

NOTE 3 Caution needs to be exercised in considering reported kurtosis values, as some practitioners subtract 3 (the kurtosis of the normal distribution) from the value that is computed from the definition.

2.40
coefficient d'aplatissement

β_2

moment d'ordre 4 (2.34) dans la **loi de probabilité centrée réduite** (2.32) d'une **variable aléatoire** (2.10)

EXEMPLE En reprenant l'exemple de la batterie donné en 2.1 et 2.7, pour calculer le coefficient d'aplatissement, il est à noter que

$$E\{[X\text{-}E(X)]^4\} = E(X^4) - 4\,E(X)\,E(X^3) + 6[E(X)]^2\,E(X^2) - 3\,[E(X)]^4$$

Ainsi, le coefficient d'aplatissement est

$$[21{,}6 - 4(0{,}9)(5{,}4) + 6(0{,}9)^2(2) - 3(0{,}9)^4]/(0{,}995)^4$$
soit 8,94.

NOTE 1 Une définition équivalente est fondée sur **l'espérance mathématique** (2.12) de la quatrième puissance de $(X-\mu)/\sigma$, à savoir $E[(X-\mu)^4/\sigma^4]$.

NOTE 2 Le coefficient d'aplatissement est une mesure du poids des queues d'une **distribution** (2.11). Pour la **loi uniforme** (2.60), le coefficient d'aplatissement est 1,8; pour la **loi normale** (2.50), le coefficient d'aplatissement est 3; pour la **loi exponentielle** (2.58), le coefficient d'aplatissement est 9.

NOTE 3 Une attention doit être portée dans le report des valeurs d'aplatissement, puisque certains praticiens soustraient 3 (l'aplatissement de la loi normale) à la valeur qui est calculée à partir de la définition.

2.41
joint moment of orders r and s

mean (2.35) of the product of the r^{th} power of a **random variable** (2.10) and the s^{th} power of another **random variable** in their joint **probability distribution** (2.11)

2.41
moment combiné d'ordres r et s

moyenne (2.35) du produit de la $r^{\text{ème}}$ puissance d'une **variable aléatoire** (2.10) et de la $s^{\text{ème}}$ puissance d'une autre **variable aléatoire** dans leur **loi de probabilité** (2.11) combinée

2.42
joint central moment of orders r and s

mean (2.35) of the product of the r^{th} power of a **centred random variable** (2.31) and the s^{th} power of another centred random variable in their joint **probability distribution** (2.11)

2.42
moment centré combiné d'ordres r et s

moyenne (2.35) du produit de la $r^{\text{ème}}$ puissance d'une **variable aléatoire centrée** (2.31) et de la $s^{\text{ème}}$ puissance d'une autre variable aléatoire centrée dans leur **loi de probabilité** (2.11) combinée

2.43
covariance
σ_{XY}
mean (2.35) of the product of two **centred random variables** (2.31) in their joint **probability distribution** (2.11)

NOTE 1 The covariance is the **joint central moment of orders 1 and 1** (2.42) for two random variables.

NOTE 2 Notationally, the covariance is

$$E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)],$$

where $E(X) = \mu_X$ and $E(Y) = \mu_Y$.

2.43
covariance
σ_{XY}
moyenne (2.35) du produit de deux **variables aléatoires centrées** (2.31) dans leur **loi de probabilité** (2.11) combinée

NOTE 1 La covariance est le **moment centré combiné d'ordres 1 et 1** (2.42) pour deux variables aléatoires.

NOTE 2 En termes de notation, la covariance est

$$E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)],$$

où $E(X) = \mu_X$ et $E(Y) = \mu_Y$.

2.44
correlation coefficient
mean (2.35) of the product of two **standardized random variables** (2.33) in their joint **probability distribution** (2.11)

NOTE Correlation coefficient is sometimes more briefly referred to as simply correlation. However, this usage overlaps with interpretations of correlation as an association between two variables.

2.44
coefficient de corrélation
moyenne (2.35) du produit de deux **variables aléatoires centrées réduites** (2.33) dans leur **loi de probabilité** (2.11) combinée

NOTE On fait parfois référence au coefficient de corrélation en employant tout simplement le terme corrélation. Cependant, cet usage recoupe des interprétations de corrélation en tant qu'association entre deux variables.

2.45
multinomial distribution
discrete distribution (2.22) having the **probability mass function** (2.24)

$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \cdots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}$$

where

$x_1, x_2, \ldots, x_k$	are non-negative integers such that
$x_1 + x_2 + \ldots + x_k = n$	with parameters $p_i > 0$ for all $i = 1, 2, \ldots, k$ with $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$
k	an integer greater than or equal to 2

NOTE The multinomial distribution gives the probability of the number of times each of k possible outcomes have occurred in n independent trials where each trial has the same k mutually exclusive events and the probabilities of the events are the same for all trials.

2.45
loi multinomiale
distribution discrète (2.22) avec pour **fonction de masse de probabilité** (2.24)

$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \cdots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}$$

où

$x_1, x_2, \ldots, x_k$	sont des entiers non négatifs tels que
$x_1 + x_2 + \ldots + x_k = n$	avec les paramètres $p_i > 0$ pour tous les $i = 1, 2, \ldots, k$ avec $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$
k	est un entier supérieur ou égal à 2

NOTE La loi multinomiale donne la probabilité du nombre d'occurrences de chacun des k résultats possibles pour n essais indépendants où chaque essai a les mêmes k événements mutuellement exclusifs et les probabilités des événements sont identiques pour tous les essais.

2.46
binomial distribution

discrete distribution (2.22) having the **probability mass function** (2.24)

$$P(X=x)=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x}$$

where x = 0, 1, 2, ..., n and with indexing parameters n = 1, 2, ..., and $0 < p < 1$.

EXAMPLE The probability mass function described in Example 1 of 2.24 can be seen to correspond to the binomial distribution with index parameters n = 3 and p = 0,5.

NOTE 1 The binomial distribution is a special case of the **multinomial distribution** (2.45) with k = 2.

NOTE 2 The binomial distribution gives the probability of the number of times each of two possible outcomes have occurred in n independent trials where each trial has the same two mutually exclusive **events** (2.2) and the **probabilities** (2.5) of the events are the same for all trials.

NOTE 3 The **mean** (2.35) of the binomial distribution equals np. The **variance** (2.36) of the binomial distribution equals $np(1-p)$.

NOTE 4 The binomial probability mass function may be alternately expressed using the binomial coefficient given by

$$\binom{n}{x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

2.46
loi binomiale

distribution discrète (2.22) avec pour **fonction de masse de probabilité** (2.24)

$$P(X=x)=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x}$$

où x = 0, 1, 2, ..., n avec les paramètres n = 1, 2, ..., et $0 < p < 1$.

EXEMPLE La fonction de masse décrite dans l'Exemple 1 donné en 2.24 peut être considérée comme correspondant à la loi binomiale avec les paramètres n = 3 et p = 0,5.

NOTE 1 La loi binomiale est un cas particulier de la **loi multinomiale** (2.45) avec k = 2.

NOTE 2 La loi binomiale donne la probabilité du nombre d'occurrences de chacun des deux résultats possibles pour n essais indépendants où chaque essai a les mêmes deux **événements** (2.2) mutuellement exclusifs et les **probabilités** (2.5) des événements sont identiques pour tous les essais.

NOTE 3 La **moyenne** (2.35) de la loi normale est égale à np. La **variance** (2.36) de la loi normale est égale à $np(1-p)$.

NOTE 4 La fonction binomiale de masse de probabilités peut également être exprimée en utilisant le coefficient binomial obtenu avec la formule suivante:

$$\binom{n}{x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

2.47
Poisson distribution
discrete distribution (2.22) having the **probability mass function** (2.24)

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} \mathrm{e}^{-\lambda}$$

where x = 0, 1, 2, ... and with parameter λ > 0.

NOTE 1 The limit of the **binomial distribution** (2.46) as n approaches ∞ and p tends to zero in such a way that np tends to λ is the Poisson distribution with parameter λ.

NOTE 2 The **mean** (2.35) and the **variance** (2.36) of the Poisson distribution are both equal to λ .

NOTE 3 The **probability mass function** (2.24) of the Poisson distribution gives the probability for the number of occurrences of a property of a process in a time interval of unit length satisfying certain conditions, e.g. intensity of occurrence independent of time.

2.47
loi de Poisson
distribution discrète (2.22) avec pour **fonction de masse de probabilité** (2.24)

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} \mathrm{e}^{-\lambda}$$

où x = 0, 1, 2, ... et avec le paramètre λ > 0.

NOTE 1 La limite de la **loi binomiale** (2.46) quand n tend vers l'infini et p tend vers zéro, de sorte que np tend vers λ est la loi de Poisson de paramètre λ.

NOTE 2 La **moyenne** (2.35) et la **variance** (2.36) de la loi de Poisson sont toutes deux égales à λ.

NOTE 3 La **fonction de masse de probabilité** (2.24) de la loi de Poisson donne la probabilité du nombre d'occurrences d'une propriété d'un processus dans un intervalle de temps de longueur unitaire satisfaisant certaines conditions, c'est-à-dire l'importance de l'occurrence indépendamment du temps.

2.48
hypergeometric distribution
discrete distribution (2.22) having the **probability mass function** (2.24)

$$P(X = x) = \frac{\left(\dfrac{M!}{x!(M-x)!}\right)\left(\dfrac{(N-M)!}{(n-x)!(N-M-n+x)!}\right)}{\left(\dfrac{N!}{n!(N-n)!}\right)}$$

where maximum(0, $M - N$) $\leqslant x \leqslant$ minimum(M, n) with integer parameters

N = 1, 2, ...

M = 0, 1, 2, ..., $N - 1$

n = 1, 2, ..., N

NOTE 1 The hypergeometric **distribution** (2.11) arises as the number of marked items in a **simple random sample** (1.7) of size n, taken without replacement, from a population (or lot) of size N containing exactly M marked items.

NOTE 2 An understanding of the hypergeometric distribution may be facilitated with Table 4.

2.48
loi hypergéométrique
distribution discrète (2.22) avec pour **fonction de masse de probabilité** (2.24)

$$P(X = x) = \frac{\left(\dfrac{M!}{x!(M-x)!}\right)\left(\dfrac{(N-M)!}{(n-x)!(N-M-n+x)!}\right)}{\left(\dfrac{N!}{n!(N-n)!}\right)}$$

où maximum(0, $M - N$) $\leqslant x \leqslant$ minimum(M, n) avec les paramètres entiers

N = 1, 2, ...

M = 0, 1, 2, ..., $N - 1$

n = 1, 2, ..., N

NOTE 1 La **loi de probabilité** (2.11) hypergéométrique désigne le nombre d'individus marqués dans un **échantillon simple aléatoire** (1.7) d'effectif n, prélevé sans remise d'une population (ou lot) d'effectif N contenant exactement M individus marqués.

NOTE 2 Le Tableau 4 permet de mieux comprendre la loi hypergéométrique.

Table 4 — Hypergeometric distribution example

Reference set	Marked or unmarked items	Marked items	Unmarked items
Population	N	M	$N-M$
Items in sample	n	x	$N-x$
Items not in sample	$N-n$	$M-x$	$N-n-M+x$

NOTE 3 Under certain conditions (for example, n is small relative to N), the hypergeometric distribution can be approximated by the binomial distribution with n and $p = M/N$.

NOTE 4 The **mean** (2.35) of the hypergeometric distribution equals $(nM)/N$. The **variance** (2.36) of the hypergeometric distribution equals

$$n\frac{M}{N}\left(1-\frac{M}{N}\right)\frac{N-n}{N-1}$$

Tableau 4 — Exemple de loi hypergéométrique

Ensemble de référence	Individus marqués ou non marqués	Individus marqués	Individus non marqués
Population	N	M	$N-M$
Individus inclus dans l'échantillon	n	x	$N-x$
Individus non inclus dans l'échantillon	$N-n$	$M-x$	$N-n-M+x$

NOTE 3 Dans certaines conditions (par exemple, si n est petit par rapport à N), la loi hypergéométrique peut être approximée par la fonction binomiale avec n et $p = M/N$.

NOTE 4 La **moyenne** (2.35) de la distribution hypergéométrique est égale à $(nM)/N$. La **variance** (2.36) de la distribution hypergéométrique est égale à

$$n\frac{M}{N}\left(1-\frac{M}{N}\right)\frac{N-n}{N-1}$$

2.49
negative binomial distribution
discrete distribution (2.22) having the **probability mass function** (2.24)

$$P(X = x) = \frac{(c + x - 1)!}{x!(c - 1)!} p^c (1 - p)^x$$

where x = 0, 1, 2, ..., n with parameter c > 0 and parameter p satisfying $0 < p < 1$.

NOTE 1 If c = 1, the negative binomial distribution is known as the geometric distribution and describes the **probability** (2.5) that the first incident of the **event** (2.2) whose probability is p, will occur in trial (x + 1).

NOTE 2 The probability mass function may also be written in the following, equivalent way:

$$P(X = x) = \binom{-c}{x} p^c (1 - p)^x$$

The term "negative binomial distribution" emerges from this way of writing the probability mass function.

NOTE 3 The version of the probability mass function given in the definition is often called the "Pascal distribution" provided c is an integer greater than or equal to 1. In that case, the probability mass function describes the probability that the c^{th} incident of the **event** (2.2), whose **probability** (2.5) is p, occurs in trial ($c + x$).

NOTE 4 The **mean** (2.35) of the negative binomial distribution is $(cp)/(1 - p)$. The **variance** (2.36) of the negative binomial is $(cp)/(1 - p)^2$.

2.49
loi binomiale négative
distribution discrète (2.22) avec pour **fonction de masse de probabilité** (2.24)

$$P(X = x) = \frac{(c + x - 1)!}{x!(c - 1)!} p^c (1 - p)^x$$

où x = 0, 1, 2, ..., n avec le paramètre c > 0 et le paramètre p satisfaisant $0 < p < 1$.

NOTE 1 Si c = 1, la loi binomiale négative est appelée loi géométrique et décrit la **probabilité** (2.5) que le premier incident de l'**événement** (2.2) de probabilité p, surviendra au cours de l'essai (x + 1).

NOTE 2 La fonction de masse de probabilité peut également être écrite de la manière équivalente suivante:

$$P(X = x) = \binom{-c}{x} p^c (1 - p)^x$$

Le terme «loi binomiale négative» provient de cette manière d'écrire la fonction de masse de probabilité.

NOTE 3 La version de la fonction de masse de probabilité donnée dans la définition est souvent appelée la «distribution de Pascal» à condition que c soit un nombre entier supérieur ou égal à 1. Dans ce cas, la fonction de masse de probabilité décrit la probabilité que le $c^{\text{ième}}$ incident de l'**événement** (2.2), dont la **probabilité** (2.5) est p, se produise au cours de l'essai ($c + x$).

NOTE 4 La **moyenne** (2.35) de la distribution binomiale négative est $(cp)/(1 - p)$. La **variance** (2.36) de la distribution binomiale négative est $(cp)/(1 - p)^2$.

2.50
normal distribution
Gaussian distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

where $-\infty < x < \infty$ and with parameters $-\infty < \mu < \infty$ and $\sigma > 0$.

NOTE 1 The normal distribution is one of the most widely used **probability distributions** (2.11) in applied statistics. Owing to the shape of the density function, it is informally referred to as the "bell-shaped" curve. Aside from serving as a model for random phenomena, it arises as the limiting distribution of **averages** (1.15). As a reference distribution in statistics, it is widely used to assess the unusualness of experimental outcomes.

NOTE 2 The location parameter μ is the **mean** (2.35) and the scale parameter σ is the **standard deviation** (2.37) of the normal distribution.

2.50
loi normale
loi de Gauss
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

où $-\infty < x < \infty$ et avec les paramètres $-\infty < \mu < \infty$ et $\sigma > 0$.

NOTE 1 La loi normale est l'une des **lois de probabilité** (2.11) la plus couramment utilisée de la statistique appliquée. En raison de la forme de la fonction de masse, elle est appelée de manière informelle la courbe «en cloche». Sauf pour être utilisée comme modèle des phénomènes aléatoires, elle sert pour la distribution limite des **moyennes** arithmétiques (1.15). En tant que distribution de référence en statistique, elle est largement utilisée pour évaluer l'exception des données expérimentales.

NOTE 2 Le paramètre de localisation μ est la **moyenne** (2.35) et le paramètre σ est l'**écart-type** (2.37) de la loi normale.

2.51
standardized normal distribution
standardized Gaussian distribution
normal distribution (2.50) with $\mu = 0$ and $\sigma = 1$

NOTE The **probability density function** (2.26) of the standardized normal distribution is

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-x^2/2}$$

where $-\infty < x < \infty$. Tables of the normal distribution involve this probability density function, giving for example, the area under f for values in $(-\infty, \infty)$.

2.51
loi normale centrée réduite
loi de Gauss centrée réduite
loi normale (2.50) avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1$

NOTE La **fonction de densité de probabilité** (2.26) de la loi normale réduite est

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-x^2/2}$$

où $-\infty < x < \infty$. Les tables de la loi normale utilisent cette fonction de densité de probabilité, en donnant par exemple l'aire sous f pour les valeurs de l'abscisse dans l'intervalle $(-\infty, \infty)$.

2.52
lognormal distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

where $x > 0$ and with parameters $-\infty < \mu < \infty$ and $\sigma > 0$.

NOTE 1 If Y has a **normal distribution** (2.50) with **mean** (2.35) μ and **standard deviation** (2.37) σ, then the transformation given by $X = \exp(Y)$ has the probability density function given in the definition. If X has a lognormal distribution with density function as given in the definition, then $\ln(X)$ has a normal distribution with mean μ and standard deviation σ.

NOTE 2 The mean of the lognormal distribution is $\exp[\mu + (\sigma^2)/2]$ and the variance is $\exp(2\mu + \sigma^2) \times [\exp(\sigma^2) - 1]$. This indicates that the mean and variance of the lognormal distribution are functions of the parameters μ and σ^2.

NOTE 3 The lognormal distribution and **Weibull distribution** (2.63) are commonly used in reliability applications.

2.52
distribution log-normale
distribution continue (2.23) ayant une **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

où $x > 0$ et avec les paramètres $-\infty < \mu < \infty$ et $\sigma > 0$.

NOTE 1 Si Y a une **loi normale** (2.50) avec une **moyenne** (2.35) μ et un **écart-type** (2.37) σ alors la transformation donnée par $X = \exp(Y)$ a la fonction de masse de probabilité donnée dans la définition. Si X a une distribution log-normale avec une fonction de densité telle qu'indiquée dans la définition, alors $\ln(X)$ a une distribution normale avec une moyenne μ et un écart-type σ.

NOTE 2 La moyenne de la distribution log-normale est $\exp[\mu + (\sigma^2)/2]$ et la variance est $\exp(2\mu + \sigma^2) \times [\exp(\sigma^2) - 1]$. Cela indique que la moyenne et la variance de la distribution log-normale sont fonction des paramètres μ et σ^2.

NOTE 3 La distribution log-normale et la **distribution Weibull** (2.63) sont généralement utilisées dans les applications de fiabilité.

2.53
***t* distribution**
Student's distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(t) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\nu/2)} \times \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

where $-\infty < t < \infty$ and with parameter ν, a positive integer.

NOTE 1 The t distribution is widely used in practice to evaluate the **sample mean** (1.15) in the common case where the population standard deviation is estimated from the data. The sample t statistic can be compared to the t distribution with $n - 1$ degrees of freedom to assess a specified mean as a depiction of the true population mean.

NOTE 2 The t distribution arises as the distribution of the quotient of two independent **random variables** (2.10), the numerator of which has a **standardized normal distribution** (2.51) and the denominator is distributed as the positive square root of a **chi-squared distribution** (2.57) after dividing by its degrees of freedom. The parameter ν is referred to as the **degrees of freedom** (2.54).

NOTE 3 The gamma function is defined in 2.56.

2.53
distribution *t*
loi de Student
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(t) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\nu/2)} \times \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

où $-\infty < t < \infty$ et avec le paramètre ν, un entier positif.

NOTE 1 La distribution t est largement utilisée en pratique pour évaluer la **moyenne d'échantillon** (1.15) dans le cas courant où l'écart-type de la population est estimé à partir des données. La statistique t d'échantillon peut être comparée à la distribution t avec $n - 1$ degré de liberté pour évaluer une moyenne spécifiée comme une description de la moyenne réelle de la population.

NOTE 2 La loi de t s'applique comme la distribution du quotient de deux **variables aléatoires** (2.10) indépendantes, dont le numérateur est une **loi normale centrée réduite** (2.51) et le dénominateur est distribué comme la racine carrée d'une **loi de chi deux** (2.57) divisée par ses degrés de liberté. Le paramètre ν est désigné **degrés de liberté** (2.54).

NOTE 3 La fonction gamma est définie en 2.56.

2.54
degrees of freedom
ν
number of terms in a sum minus the number of constraints on the terms of the sum

NOTE This concept was previously encountered in the context of using $n - 1$ in the denominator of the **estimator** (1.12) of the **sample variance** (1.16). The number of degrees of freedom is used to modify parameters. The term degrees of freedom is also widely used in ISO 3534-3 where mean squares are given as sums of squares divided by the appropriate degrees of freedom.

2.54
degrés de liberté
ν
nombre de termes d'une somme moins le nombre de contraintes sur les termes de la somme

NOTE Ce concept a déjà été rencontré lors de l'utilisation de $n - 1$ dans le dénominateur de **l'estimateur** (1.12) de la **variance d'échantillon** (1.16). Dans la pratique, les degrés de liberté sont utilisés pour modifier des paramètres. Les degrés de liberté sont également largement utilisés dans l'ISO 3534-3 où les carrés moyens sont donnés comme les sommes des carrés divisées par les degrés de liberté appropriés.

2.55
***F* distribution**
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

2.55
loi de *F*
loi de Fisher-Snedecor
distribution continue (2.23) avec **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{\Gamma[(\nu_1+\nu_2)/2]}{\Gamma(\nu_1/2)\Gamma(\nu_2/2)} (\nu_1)^{\nu_1/2} (\nu_2)^{\nu_2/2} \frac{x^{(\nu_1/2)-1}}{(\nu_1 x+\nu_2)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$$

where

$x > 0$

ν_1 and ν_2 are positive integers

Γ is the gamma function defined in 2.56.

NOTE 1 The F distribution is a useful reference distribution for assessing the ratio of independent **variances** (2.36).

NOTE 2 The F distribution arises as the distribution of the quotient of two independent random variables each having a **chi-squared distribution** (2.57), divided by its **degrees of freedom** (2.54). The parameter ν_1 is the numerator degrees of freedom and ν_2 is the denominator degrees of freedom of the F distribution.

où

$x > 0$

ν_1 et ν_2 sont des entiers positifs

Γ est la fonction gamma définie en 2.56.

NOTE 1 La loi de F est une loi de référence utile pour évaluer le rapport de **variances** (2.36) indépendantes.

NOTE 2 La loi de F s'applique comme la distribution du quotient de deux variables aléatoires indépendantes, chacune suivant une **loi de chi deux** (2.57), divisée par ses **degrés de liberté** (2.54). Le paramètre ν_1 est le numérateur des degrés de liberté et ν_2 est le dénominateur des degrés de liberté pour la loi de F.

2.56
gamma distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \frac{x^{\alpha - 1} \mathrm{e}^{-x/\beta}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)}$$

where $x > 0$ and parameters $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

NOTE 1 The gamma distribution is used in reliability applications for modelling time to failure. It includes the **exponential distribution** (2.58) as a special case as well as other cases with failure rates that increase with age.

NOTE 2 The gamma function is defined by $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha - 1} \mathrm{e}^{-x} \mathrm{d}x$.
For integer values of α, $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$

NOTE 3 The **mean** (2.35) of the gamma distribution is $\alpha\beta$. The **variance** (2.36) of the gamma distribution is $\alpha\beta^2$.

2.56
loi gamma
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{x^{\alpha - 1} \mathrm{e}^{-x/\beta}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)}$$

où $x > 0$ et les paramètres $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

NOTE 1 La distribution gamma est utilisée dans les applications de fiabilité pour la modélisation du temps s'écoulant avant défaillance. Elle comprend la **distribution exponentielle** (2.58) qui est un cas particulier ainsi que d'autres cas présentant des taux de défaillance qui croissent avec l'âge.

NOTE 2 La fonction gamma est définie par $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha - 1} \mathrm{e}^{-x} \mathrm{d}x$.
Pour des valeurs entières de α, $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$

NOTE 3 La **moyenne** (2.35) de la loi gamma est $\alpha\beta$. La **variance** (2.36) de la loi gamma est $\alpha\beta^2$.

2.57
chi-squared distribution
χ^2 distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \frac{x^{\frac{\nu}{2} - 1} \mathrm{e}^{-x/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)}$$

where $x > 0$ and with $\nu > 0$.

NOTE 1 For data arising from a **normal distribution** (2.50) with known **standard deviation** (2.37) σ, the statistic nS^2/σ^2 has a chi-squared distribution with $n - 1$ degrees of freedom. This result is the basis for obtaining confidence intervals for σ^2. Another area of application for the chi-squared distribution is as the reference distribution for goodness of fit tests.

NOTE 2 This distribution is a special case of the **gamma distribution** (2.56) with parameters $\alpha = \nu/2$ and $\beta = 2$. The parameter ν is referred to as the **degrees of freedom** (2.54).

NOTE 3 The **mean** (2.35) of the chi-squared distribution is ν. The **variance** (2.36) of the chi-squared distribution is 2ν.

2.57
loi de chi deux
χ^2 distribution
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{x^{\frac{\nu}{2} - 1} \mathrm{e}^{-x/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)}$$

avec $x > 0$ et $\nu > 0$.

NOTE 1 Pour des données issues d'une **loi normale** (2.50) avec **écart-type** (2.37) σ connu, la statistique nS^2/σ^2 a une loi de chi deux avec $n - 1$ degrés de liberté. Ce résultat constitue la base pour obtenir les intervalles de confiance pour σ^2. Un autre domaine d'application de la loi de chi deux est comme référence pour les tests d'adéquation à une distribution.

NOTE 2 Il s'agit d'un cas spécial de la **loi gamma** (2.56) avec les paramètres $\alpha = \nu/2$ et $\beta = 2$. Le paramètre ν est désigné **degrés de liberté** (2.54).

NOTE 3 La **moyenne** (2.35) de la loi de chi deux est ν. La **variance** (2.36) de loi de chi deux est 2ν.

2.58
exponential distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \beta^{-1} \mathrm{e}^{-x/\beta}$$

where $x > 0$ and with parameter $\beta > 0$.

NOTE 1 The exponential distribution provides a baseline in reliability applications, corresponding to the case of "lack of aging" or memory-less property.

NOTE 2 The exponential distribution is a special case of the **gamma distribution** (2.56) with α = 1 or equivalently, the **chi-squared distribution** (2.57) with ν = 2.

NOTE 3 The **mean** (2.35) of the exponential distribution is β. The **variance** (2.36) of the exponential distribution is β^2.

2.58
loi exponentielle
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \beta^{-1} \mathrm{e}^{-x/\beta}$$

avec $x > 0$ et $\beta > 0$.

NOTE 1 La loi exponentielle sert de référence dans des applications de fiabilité pour les cas de «manque de vieillissement» ou de propriété sans mémoire.

NOTE 2 La loi exponentielle est un cas spécial de la **loi gamma** (2.56) avec α = 1 ou, de manière équivalente, la **loi de chi deux** (2.57) avec ν = 2.

NOTE 3 La **moyenne** (2.35) de la loi exponentielle est β. La **variance** (2.36) de la loi exponentielle est β^2.

2.59
beta distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$$

where $0 \leqslant x \leqslant 1$ and with parameters α, $\beta > 0$.

NOTE The beta distribution is highly flexible, having a probability density function that has a variety of shapes (unimodal, "j"-shaped, "u"-shaped). The distribution can be used as a model of the uncertainty associated with a proportion. For example, in an insurance hurricane modelling application, the expected proportion of damage on a type of structure for a given wind speed might be 0,40, although not all houses experiencing this wind field will accrue the same damage. A beta distribution with mean 0,40 could serve to model the disparity in damage to this type of structure.

2.59
loi bêta
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$$

où $0 \leqslant x \leqslant 1$ et avec les paramètres α, $\beta > 0$.

NOTE La loi bêta est extrêmement souple avec une fonction de densité de probabilité disposant d'une variété de formes (unimodale, en «j», en «u»). La loi peut être utilisée comme un modèle de l'incertitude associée à une proportion. Par exemple, dans l'application de modélisation de l'assurance contre les ouragans, la proportion attendue de dommages sur un type de structure pour une vitesse de vent donnée pourrait être de 0,40, bien que les maisons soumises à ce vent ne subiront pas toutes le même dommage. Une loi bêta avec une moyenne de 0,40 peut servir pour modéliser la disparité des dommages occasionnés à ce type de structure.

2.60
uniform distribution
rectangular distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = \frac{1}{b - a}$$

where $a \leqslant x \leqslant b$.

NOTE 1 The uniform distribution with $a = 0$ and $b = 1$ is the underlying distribution for typical random number generators.

NOTE 2 The **mean** (2.35) of the uniform distribution is $(a + b)/2$. The **variance** (2.36) of the uniform distribution is $(b - a)^2/12$.

NOTE 3 The uniform distribution is a special case of the beta distribution with $\alpha = 1$ and $\beta = 1$.

2.60
loi uniforme
loi rectangulaire
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = \frac{1}{b - a}$$

où $a \leqslant x \leqslant b$.

NOTE 1 La loi uniforme avec $a = 0$ et $b = 1$ est la loi sous-jacente pour des générateurs de nombres aléatoires types.

NOTE 2 La **moyenne** (2.35) de la loi uniforme est $(a + b)/2$. La **variance** (2.36) de la loi uniforme est $(b - a)^2/12$.

NOTE 3 La loi uniforme est un cas particulier de la loi bêta avec $\alpha = 1$ et $\beta = 1$.

2.61
type I extreme value distribution
Gumbel distribution
continuous distribution (2.23) having the **distribution function** (2.7)

$$F(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{-(x-a)/b}}$$

where $-\infty < x < \infty$ with parameters $-\infty < a < \infty$, $b > 0$.

NOTE Extreme value distributions provide appropriate reference distributions for the extreme **order statistics** (1.9) $X_{(1)}$ and $X_{(n)}$. The three possible limiting distributions as n tends to ∞ are provided by the three types of extreme value distributions given in 2.61, 2.62 and 2.63.

2.61
loi des valeurs extrêmes de type I
loi de Gumbel
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de répartition** (2.7)

$$F(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{-(x-a)/b}}$$

où $-\infty < x < \infty$ avec les paramètres $-\infty < a < \infty$, $b > 0$.

NOTE Les lois des valeurs extrêmes fournissent des lois de référence appropriées pour les extrêmes des **statistiques d'ordre** (1.9) $X_{(1)}$ and $X_{(n)}$. Les trois lois limites possibles quand n tend vers l'infini sont fournies par les trois types de lois des valeurs extrêmes données en 2.61, 2.62 et 2.63.

2.62
type II extreme value distribution
Fréchet distribution
continuous distribution (2.23) having the **distribution function** (2.7)

$$F(x) = \mathrm{e}^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^{-k}}$$

where $x > a$ and with parameters $-\infty < a < \infty$, $b > 0$, $k > 0$.

2.62
loi des valeurs extrêmes de type II
loi de Fréchet
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de répartition** (2.7)

$$F(x) = \mathrm{e}^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^{-k}}$$

où $x > a$ avec les paramètres $-\infty < a < \infty$, $b > 0$, $k > 0$.

2.63
type III extreme value distribution
Weibull distribution
continuous distribution (2.23) having **distribution function** (2.7)

$$F(x) = 1 - \mathrm{e}^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^k}$$

where $x > a$ with parameters $-\infty < a < \infty$, $b > 0$, $k > 0$

NOTE 1 In addition to serving as one of the three possible limiting distributions of extreme order statistics, the Weibull distribution occupies a prominent place in diverse applications, particularly reliability and engineering. The Weibull distribution has been demonstrated to provide empirical fits to a variety of data sets.

NOTE 2 The parameter a is a location parameter in the sense that is is the minimum value that the Weibull distribution can achieve. The parameter b is a scale parameter [related to the **standard deviation** (2.37) of the Weibull distribution]. The parameter k is a shape parameter.

NOTE 3 For k = 1, the Weibull distribution is seen to include the exponential distribution. Raising an exponential distribution with a = 0 and parameter b to the power $1/k$ produces the Weibull distribution in the definition. Another special case of the Weibull distribution is the Rayleigh distribution (for a = 0 and k = 2).

2.63
loi des valeurs extrêmes de type III
loi de Weibull
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de répartition** (2.7)

$$F(x) = 1 - \mathrm{e}^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^k}$$

où $x > a$ avec les paramètres $-\infty < a < \infty$, $b > 0$, $k > 0$

NOTE 1 Outre le fait d'être utilisée comme l'une des trois lois limites possibles des statistiques d'ordre extrême, la loi de Weibull occupe une place prépondérante dans diverses applications, notamment en matière de fiabilité et d'ingénierie. La loi de Weibull s'est révélée capable de fournir des ajustements empiriques à une variété d'ensembles de données.

NOTE 2 Le paramètre a est un paramètre de position dans la mesure où il est la valeur minimum que la loi de Weibull puisse atteindre. Le paramètre b est un paramètre d'échelle [relatif à **l'écart-type** (2.37) de la loi de Weibull]. Le paramètre k est un paramètre de forme.

NOTE 3 Pour k = 1, la loi de Weibull semble comprendre la loi exponentielle. L'augmentation de la loi exponentielle avec a = 0 et un paramètre b à la puissance $1/k$, donne la loi de Weibull de la définition. Un autre cas particulier de la loi de Weibull est la loi de Rayleigh (pour a = 0 et k = 2).

2.64
multivariate normal distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

$$f(x) = (2\pi)^{-\pi/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-n/2} \mathrm{e}^{-\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})}{2}}$$

where

$-\infty < x_i < \infty$ for each i;

$\boldsymbol{\mu}$ is an n-dimensional parameter vector;

$\boldsymbol{\Sigma}$ is an $n \times n$ symmetric, positive definite matrix of parameters; and

the boldface indicates n-dimensional vectors.

NOTE Each of the **marginal distributions** (2.18) of the multivariate normal distribution in this clause have a normal distribution. However, there are many other multivariate distributions having normal marginal distributions besides the version of the distribution given in this clause.

2.64
loi normale à plusieurs variables
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x) = (2\pi)^{-\pi/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-n/2} \mathrm{e}^{-\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})}{2}}$$

où

$-\infty < x_i < \infty$ pour chaque i;

$\boldsymbol{\mu}$ est un vecteur de paramètre à n dimensions;

$\boldsymbol{\Sigma}$ est une matrice symétrique définie positive $n \times n$ de paramètres; et

le caractère gras indique des vecteurs de dimension n.

NOTE Chacune des **lois marginales** (2.18) des distributions normales à plusieurs variables du présent article ont une distribution normale. Cependant, il existe de nombreuses autres distributions à plusieurs variables ayant des distributions marginales normales en plus de la version de la distribution donnée ici.

2.65
bivariate normal distribution
continuous distribution (2.23) having the **probability density function** (2.26)

2.65
loi normale à deux variables
distribution continue (2.23) avec pour **fonction de densité de probabilité** (2.26)

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2-2\rho\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)+\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\}$$

where

$-\infty < x < \infty$,

$-\infty < y < \infty$

$-\infty < \mu_x < \infty$,

$-\infty < \mu_y < \infty$,

$\sigma_x > 0$

$\sigma_y > 0$

$|\rho| < 1$

NOTE 1 As the notation suggests, for (X,Y) having the above **probability density function** (2.26), $E(X) = \mu_x$, $E(Y) = \mu_y$, $V(X) = \sigma_x^2$, $V(Y) = \sigma_y^2$, and ρ is the **correlation coefficient** (2.44) between X and Y.

NOTE 2 The marginal distributions of the bivariate normal distribution have a normal distribution. The conditional distribution of X given $Y = y$ is normally distributed as is the conditional distribution of Y given $X = x$.

où

$-\infty < x < \infty$,

$-\infty < y < \infty$

$-\infty < \mu_x < \infty$,

$-\infty < \mu_y < \infty$,

$\sigma_x > 0$

$\sigma_y > 0$

$|\rho| < 1$

NOTE 1 Comme le suggère la notation, pour (X,Y) ayant la **fonction de densité de probabilité** (2.26) ci-dessus, $E(X) = \mu_x$, $E(Y) = \mu_y$, $V(X) = \sigma_x^2$, $V(Y) = \sigma_y^2$ et ρ est **le coefficient de corrélation** (2.44) entre X et Y.

NOTE 2 Les distributions marginales des distributions normales à deux variables ont une distribution normale. La distribution conditionnelle de X sachant que $Y = y$ a une distribution normale. Il en est de même pour la distribution conditionnelle de Y sachant que $X = x$.

2.66
standardized bivariate normal distribution
bivariate normal distribution (2.65) having **standardized normal distribution** (2.51) components

2.66
loi normale centrée réduite à deux variables
loi normale à deux variables (2.65) dont les composantes sont de **loi normale centrée réduite** (2.51)

2.67
sampling distribution
distribution of a statistic

NOTE Illustrations of specific sampling distributions are given in Note 2 of 2.53, Note 1 of 2.55 and Note 1 of 2.57.

2.67
distribution d'échantillonnage
distribution d'une statistique

NOTE Des illustrations de distributions d'échantillonnage spécifiques sont données dans la Note 2 en 2.53, la Note 1 en 2.55 et la Note 1 en 2.57.

2.68
probability space

(Ω, $\aleph$, $\wp$)

sample space (2.1), an associated **sigma algebra of events** (2.69), and a **probability measure** (2.70)

EXAMPLE 1 As a simple case, the sample space could consist of all the 105 items manufactured in a specified day at a plant. The sigma algebra of events consists of all possible subsets. Such events include {no items}, {item 1}, {item 2}, … {item 105}, {item 1 and item 2}, …, {all 105 items}. One possible probability measure could be defined as the number of items in an event divided by the total number of manufactured items. For example, the event {item 4, item 27, item 92} has probability measure 3/105.

EXAMPLE 2 As a second example, consider battery lifetimes. If the batteries arrive in the hands of the customer and they have no power, the survival time is 0 h. If the batteries are functional, then their survival times follow some **probability distribution** (2.11), such as an **exponential** (2.58). The collection of survival times is then governed by a distribution that is a mixture between discrete (the proportion of batteries that are not functional to begin with) and continuous (an actual survival time). For simplicity in this example, it is assumed that the lifetimes of the batteries are relatively short compared to the study time and that all survival times are measured on the continuum. Of course, in practice the possibility of right or left censored survival times (for example, the failure time is known to be at least 5 h or the failure time is between 3 and 3,5 h) could occur, in which case, further advantages of this structure would emerge. The sample space consists of half of the real line (real numbers greater than or equal to zero). The sigma algebra of events includes all intervals of the form $[0,x)$ and the set {0}. Additionally, the sigma algebra includes all countable unions and intersections of these sets. The probability measure involves determining for each set, its constituents that represent non-functional batteries and those having a positive survival time. Details on the computations associated with the failure times have been given throughout this clause where appropriate.

2.68
espace de probabilité

(Ω, $\aleph$, $\wp$)

espace d'échantillon (2.1), une **tribu des événements** (2.69) associée et une **mesure de probabilité** (2.70)

EXEMPLE 1 Comme un simple cas concret, l'espace d'échantillon peut comprendre l'ensemble des 105 unités fabriquées au cours d'une journée spécifique dans une usine. La tribu des événements comprend tous les sous-ensembles possibles. De tels événements comprennent {pas d'individus}, {individu 1}, {individu 2}, … {individu 105}, {individu 1 et individu 2}, …, {l'ensemble des 105 individus}. Une mesure de probabilité possible pourrait être définie comme le nombre d'unités dans un événement divisé par le nombre total d'unités fabriquées. Par exemple, l'événement {unité 4, unité 27, unité 92} a une mesure de probabilité de 3 /105.

EXEMPLE 2 Dans un deuxième exemple, considérons la durée de vie des batteries. Si les batteries arrivent dans les mains du client et qu'elles sont déchargées, la durée de survie est de 0 h. Si les batteries sont opérationnelles, leurs temps de survie suivent alors une **loi de probabilité** (2.11), telle qu'une **loi exponentielle** (2.58). La collecte des temps de survie est alors régie par une distribution combinée discrète (en commençant par la proportion de batteries qui ne fonctionnent pas) et continue (un temps de survie réel). Pour simplifier l'exemple, il est supposé que la durée de vie des batteries est relativement courte comparée au temps d'étude et que tous les temps de survie sont mesurés en continu. Bien entendu, dans la pratique, il peut arriver d'avoir des temps de survie tronqués à droite ou à gauche (par exemple, le temps de défaillance est réputé être d'au moins 5 h ou compris entre 3 h et 3,5 h), auquel cas cette structure pourrait présenter d'autres avantages. L'espace d'échantillon comprend la moitié de la droite réelle (nombres réels supérieurs ou égaux à zéro). La sigma-algèbre des événements comprend tous les intervalles de la forme $[0,x)$ et l'ensemble {0}. De plus, la sigma-algèbre comprend toutes les réunions et intersections dénombrables de ces ensembles. La mesure de probabilité implique la détermination pour chaque ensemble de ses composantes représentatives des batteries non opérationnelles et celles ayant un temps de survie positif. Des détails sur le calcul associé aux temps de défaillance ont, le cas échéant, été donnés tout au long du présent article.

2.69
sigma algebra of events
σ-algebra
sigma field
σ-field
$\aleph$
set of **events** (2.2) with the properties:

a) belongs to $\aleph$;

b) If an event belongs to $\aleph$, then its **complementary event** (2.3) also belongs to $\aleph$;

c) If $\{A_i\}$ is any set of events in $\aleph$, then the union $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ and the intersection $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ of the events belong to $\aleph$.

EXAMPLE 1 If the sample space is the set of integers, then a sigma algebra of events may be chosen to be the set of all subsets of the integers.

EXAMPLE 2 If the sample space is the set of real numbers, then a sigma algebra of events may be chosen to include all sets corresponding to intervals on the real line and all their finite and countable unions and intersections of these intervals. This example can be extended to higher dimensions by considering k-dimensional "intervals." In particular, in two dimensions, the set of intervals could consist of regions defined by $\{(x,y): x < s, y < t\}$ for all real values of s and t.

NOTE 1 A sigma algebra is a set consisting of sets as its members. The set of all possible outcomes Ω is a member of the sigma algebra of events, as indicated in property a).

NOTE 2 Property c) involves set operations on a collection of subsets (possibly countably infinite) of the sigma algebra of events. The notation given indicates that all countable unions and intersections of these sets also belong to the sigma algebra of events.

NOTE 3 Property c) includes closure (the sets belong to the sigma algebra of events) under either finite unions or intersections. The qualifier sigma is used to stress that $\mathcal{A}$ is closed even under countably infinite operations on sets.

2.69
sigma-algèbre des événements
σ-algèbre des événements
σ- algèbre
tribu
champ sigma
σ-champ
$\aleph$
ensemble d'**événements** (2.2) avec les propriétés suivantes:

a) appartient à $\aleph$;

b) si un événement appartient à $\aleph$, alors son **événement complémentaire** (2.3) appartient aussi à $\aleph$;

c) si $\{A_i\}$ est un ensemble d'éléments quelconque dans $\aleph$, alors l'union $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ et les intersections $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ des événements appartiennent à $\aleph$.

EXEMPLE 1 Si l'espace d'échantillon est l'ensemble des entiers, une tribu des événements peut alors être choisie pour représenter l'ensemble de tous les sous-ensembles des entiers.

EXEMPLE 2 Si l'espace d'échantillon est l'ensemble des nombres réels, alors une sigma-algèbre d'événements peut être choisie pour comprendre tous les ensembles correspondant aux intervalles sur la droite réelle et toutes leurs unions finies et dénombrables et les intersections de ces intervalles. Cet exemple peut être étendu à des dimensions plus importantes en considérant des «intervalles» k dimensionnels. En particulier, en deux dimensions, l'ensemble des intervalles peut consister en régions définies par $\{(x,y): x < s, y < t\}$ pour toutes les valeurs réelles de s et t.

NOTE 1 Une sigma-algèbre est un ensemble constitué d'ensembles comme étant ses membres. L'ensemble de tous les résultats possibles Ω est un membre de sigma-algèbre d'événements, comme indiqué dans la propriété a).

NOTE 2 La propriété c) implique des opérations définies sur une collection de sous-ensembles (éventuellement infini dénombrable) de la sigma-algèbre d'événements. La notation donnée indique que toutes les unions et intersections dénombrables de ces ensembles appartiennent également à la sigma-algèbre d'événements.

NOTE 3 La propriété c) comprend la fermeture (les ensembles font partie de la sigma-algèbre d'événements) soit dans le cadre d'unions ou d'intersections finies. Le qualificatif sigma est utilisé pour insister sur le fait que $\mathcal{A}$ est fermé y compris dans le cadre d'opérations infinies dénombrables sur les ensembles.

2.70
probability measure

$\wp$

non-negative function defined on the **sigma algebra of events** (2.69) such that

a) $\wp(\Omega) = 1$,

where Ω denotes the **sample space** (2.1),

b) $\wp\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \wp(A_i)$

where $\{A_i\}$ is a sequence of pair-wise disjoint **events** (2.2).

EXAMPLE Continuing the battery life example of 2.1, consider the event that the battery survives less than one hour. This event consists of the disjoint pair of events {does not function} and {functions less than one hour but functions initially}. Equivalently, the events can be denoted {0} and (0,1). The probability measure of {0} is the proportion of batteries that do not function upon the initial attempt. The probability measure of the set (0, 1) depends on the specific continuous probability distribution [for example, **exponential** (2.58)] governing the failure distribution.

NOTE 1 A probability measure assigns a value from [0, 1] for each event in the sigma algebra of events. The value 0 corresponds to an event being impossible, while the value 1 represents certainty of occurrence. In particular, the probability measure associated with the null set is zero and the probability measure assigned to the sample space is 1.

NOTE 2 Property b) indicates that if a sequence of events has no elements in common when considered in pairs, then the probability measure of the union is the sum of the individual probability measures. As further indicated in property b), this holds if the number of events is countably infinite.

NOTE 3 The three components of the probability are effectively linked via random variables. The **probabilities** (2.5) of the events in the image set of the **random variable** (2.10) derive from the probabilities of events in the sample space. An event in the image set of the random variable is assigned the probability of the event in the sample space that is mapped onto it by the random variable.

NOTE 4 The image set of the random variable is the set of real numbers or the set of ordered n-tuplets of real numbers. (Note that the image set is the set onto which the random variable maps.)

2.70
mesure de probabilité

$\wp$

fonction non négative définie sur la base de la **sigma-algèbre d'événements** (2.69) de telle manière que:

a) $\wp(\Omega) = 1$,

où Ω désigne l'**espace d'échantillon** (2.1);

b) $\wp\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \wp(A_i)$

où $\{A_i\}$ est une séquence d'**événements** disjoints par paire (2.2).

EXEMPLE Pour poursuivre avec l'exemple de la durée de vie de la batterie en 2.1, considérons l'événement selon lequel la batterie survit moins d'une heure. cet événement est constitué de la paire disjointe d'événements {ne fonctionne pas} et {fonctionne moins d'une heure mais fonctionne à l'origine}. De manière équivalente, les événements peuvent être désignés par {0} et (0,1). La mesure de la probabilité de {0} est la proportion de batteries qui ne fonctionnent pas lors de la première tentative. La mesure de la probabilité de l'ensemble (0, 1) dépend de la loi continue spécifique de probabilité [par exemple, **exponentielle** (2.58)] régissant la distribution des défaillances.

NOTE 1 Une mesure de probabilité alloue une valeur à partir de [0, 1] pour chacun des événements dans la sigma-algèbre d'événements. La valeur 0 correspond à un événement étant impossible, tandis que la valeur 1 représente une certitude d'occurrence. En particulier, la mesure de probabilité associée à l'ensemble nul est zéro et la mesure de probabilité allouée à l'espace d'échantillon est 1.

NOTE 2 La propriété b) indique que si une séquence d'événements n'ont pas d'éléments en commun lorsqu'ils sont considérés par paires, alors la mesure de la probabilité de leur union est la somme des mesures de probabilité individuelles. Comme il est également indiqué dans la propriété b), cela vaut si le nombre d'événements est infini dénombrable.

NOTE 3 Les trois composantes de la probabilité sont effectivement liées via les variables aléatoires. Les **probabilités** (2.5) des événements dans l'ensemble d'images de la **variable aléatoire** (2.10) se déduisent des probabilités des événements dans l'espace d'échantillon. À un événement dans l'ensemble d'images de la variable aléatoire est allouée la probabilité de l'événement dans l'espace d'échantillon qui lui est appliquée par la variable aléatoire.

NOTE 4 L'ensemble d'images de la variable aléatoire est un ensemble de nombres réels ou l'ensemble de n-tuplets ordonné de nombres réels. (Il faut noter que l'ensemble d'images est l'ensemble sur lequel la variable aléatoire s'applique.)

Annex A
(informative)

Symbols

Annexe A
(informative)

Symboles

Symbol(s) Symbole(s)	English term	Terme français	Term No. Terme N°
A	event	événement	2.2
A^{c}	complementary event	événement complémentaire	2.3
$\aleph$	sigma algebra of events, σ algebra, sigma field σ-field	sigma-algèbre des événements, σ-algèbre, tribu, champ sigma σ-champ	2.69
α	significance level	niveau de signification	1.45
α, λ, μ, β, σ, ρ, γ, p, N, M, c, v, a, b, k	parameter	paramètre	
β_2	coefficient of kurtosis	coefficient d'aplatissement	2.40
$E(X^k)$	sample moment of order k	moment d'échantillon d'ordre k	1.14
$E[g(X)]$	expectation of the function g of a random variable X	espérance mathématique de la fonction g d'une variable aléatoire X	2.12
$F(x)$	distribution function	fonction de répartition	2.7
$f(x)$	probability density function	fonction de densité de probabilité	2.26
γ_1	coefficient of skewness	coefficient d'asymétrie	2.39
H	hypothesis	hypothèse	1.40
H_0	null hypothesis	hypothèse nulle	1.41
H_{A}, H_1	alternative hypothesis	hypothèse alternative	1.42
k	dimension	dimension	
k, r, s	order of a moment	ordre d'un moment	1.14, 2.34, 2.41, 2.42
μ	mean	moyenne	2.35
v	degrees of freedom	degrés de liberté	2.54
n	sample size	effectif d'échantillon	
Ω	sample space	espace d'échantillon	2.1
$(\Omega, \aleph, \wp)$	probability space	espace de probabilité	2.68
$P(A)$	probability of an event A	probabilité d'un événement A	2.5
$P(A\|B)$	conditional probability of A given B	probabilité conditionnelle de A sachant B	2.6
$\wp$	probability measure	mesure de probabilité	2.70
r_{xy}	sample correlation coefficient	coefficient de corrélation d'échantillon	1.23
s	observed value of a sample standard deviation	valeur observée d'un écart-type d'échantillon	
S	sample standard deviation	écart-type d'échantillon	1.17
S^2	sample variance	variance d'échantillon	1.16
S_{XY}	sample covariance	covariance d'échantillon	1.22
σ	standard deviation	écart-type	2.37
σ^2	variance	variance	2.36
σ_{XY}	covariance	covariance	2.43

Symbol(s) Symbole(s)	English term	Terme français	Term No. Terme N°
$\sigma_{\hat{\theta}}$	standard error	erreur type	1.24
$\sigma_{\overline{X}}$	standard error of the sample mean	erreur type de la moyenne d'échantillon	
θ	parameter of a distribution	paramètre d'une répartition	
$\hat{\theta}$	estimator	estimateur	1.12
$V(X)$	variance of a random variable X	variance d'une variable aléatoire X	2.36
$X_{(i)}$	i^{th} order statistic	$i^{\text{ème}}$ statistique d'ordre	1.9
x, y, z	observed value	valeur observée	1.4
X, Y, Z, T	random variable	variable aléatoire	2.10
X_p, x_p	p-quantile p-fractile	quantile d'ordre p; fractile d'ordre p	2.13
$\overline{X}$, $\overline{x}$	average, sample mean	moyenne d'échantillon; moyenne	1.15

Annex B
(informative)

Statistical concept diagrams

Annexe B
(informative)

Diagrammes de concept

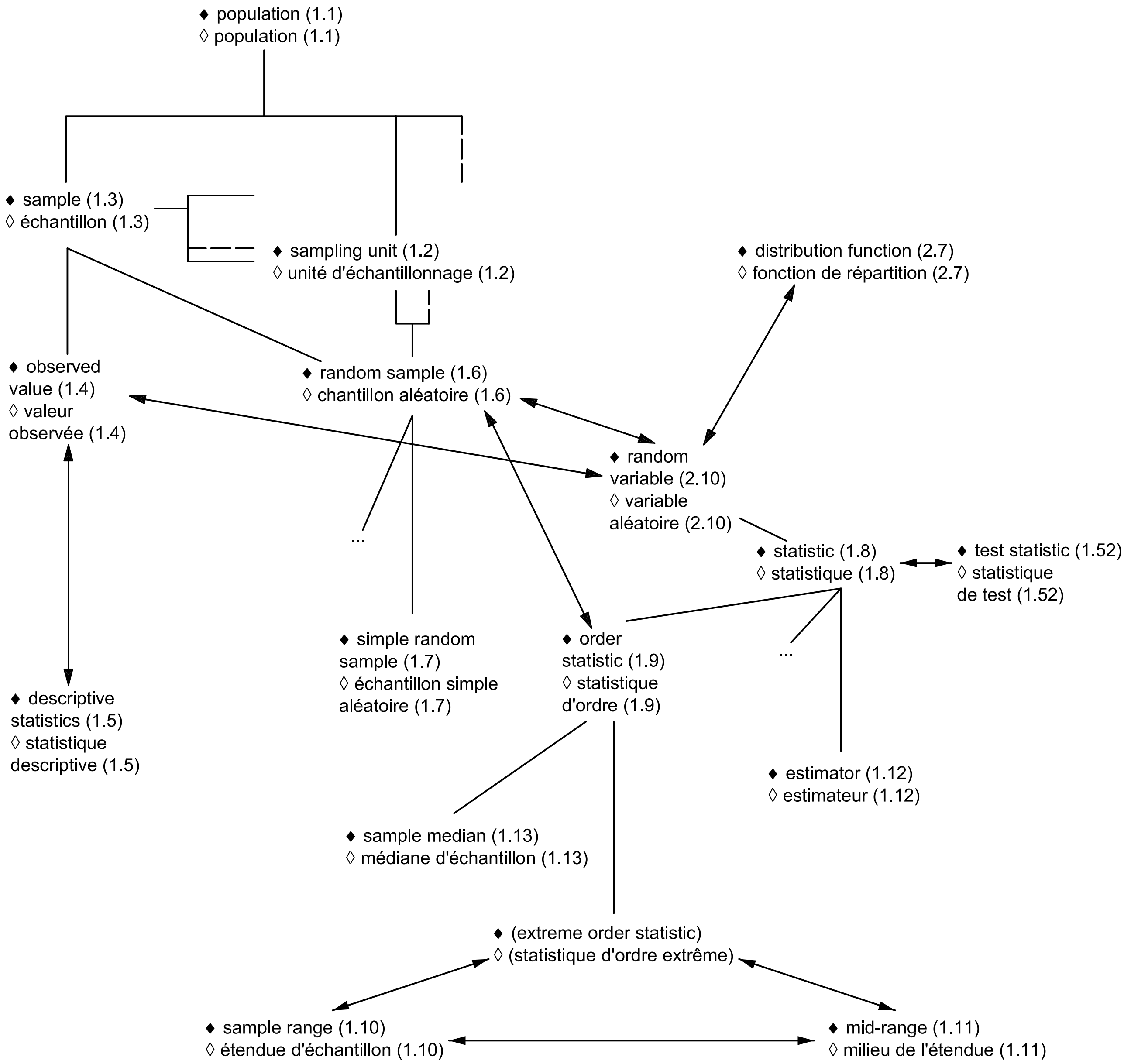

Figure B.1 — Basic population and sample concepts

Figure B.1 — Concepts de base de population et d'échantillon

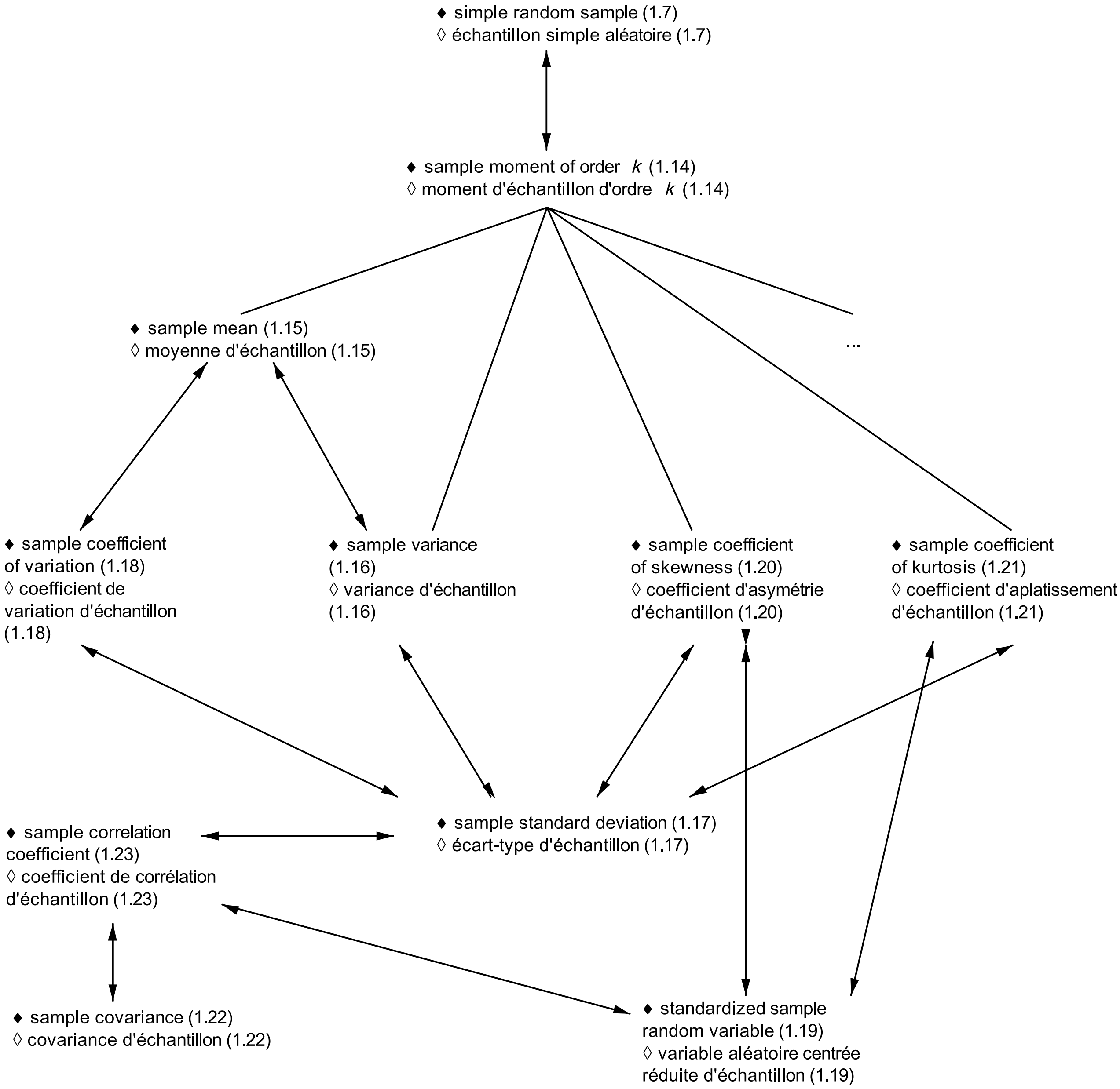

Figure B.2 — Concepts regarding sample moments

Figure B.2 — Concepts relatifs aux moments d'échantillon

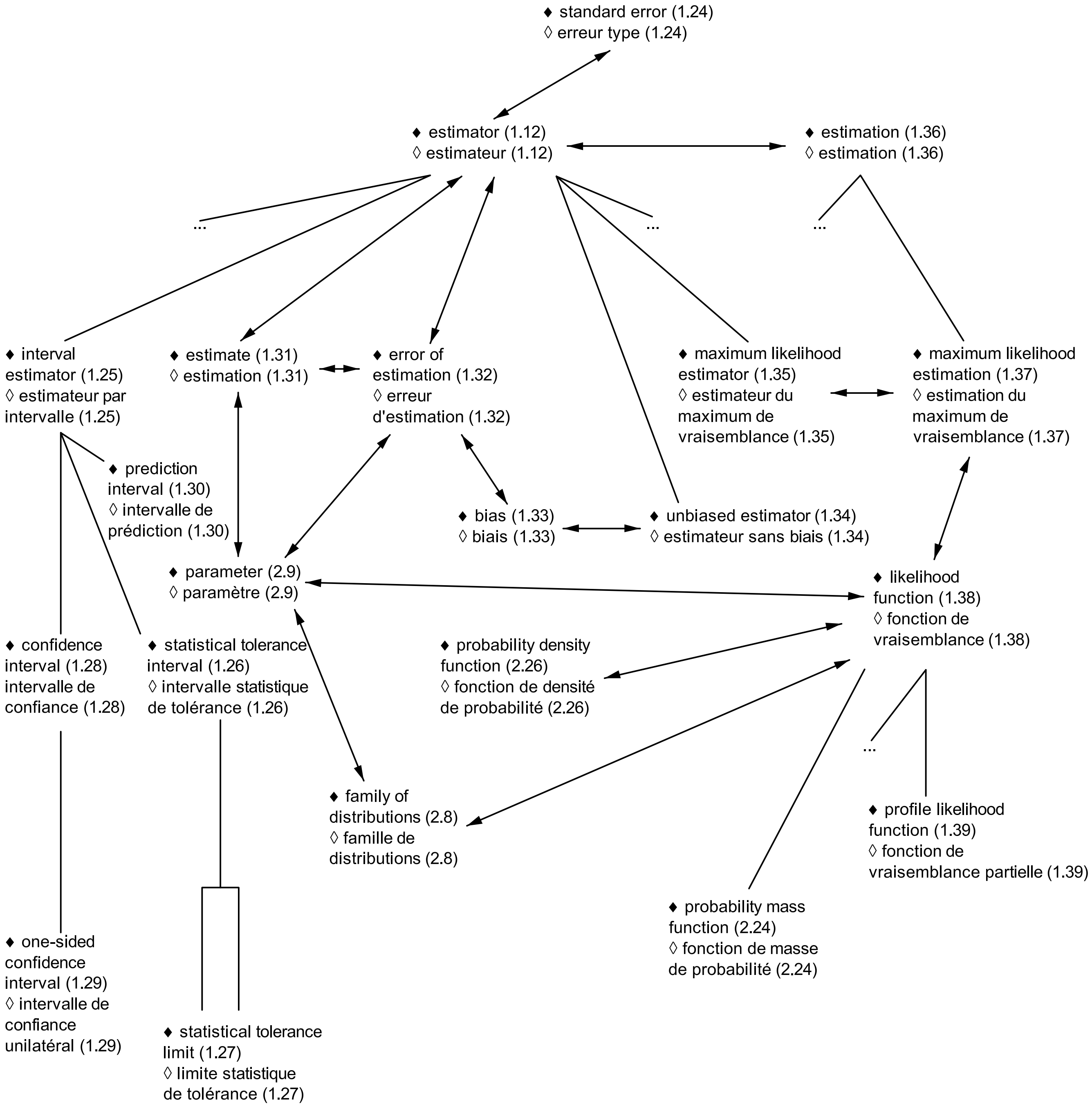

Figure B.3 — Estimation concepts

Figure B.3 — Concepts d'estimation

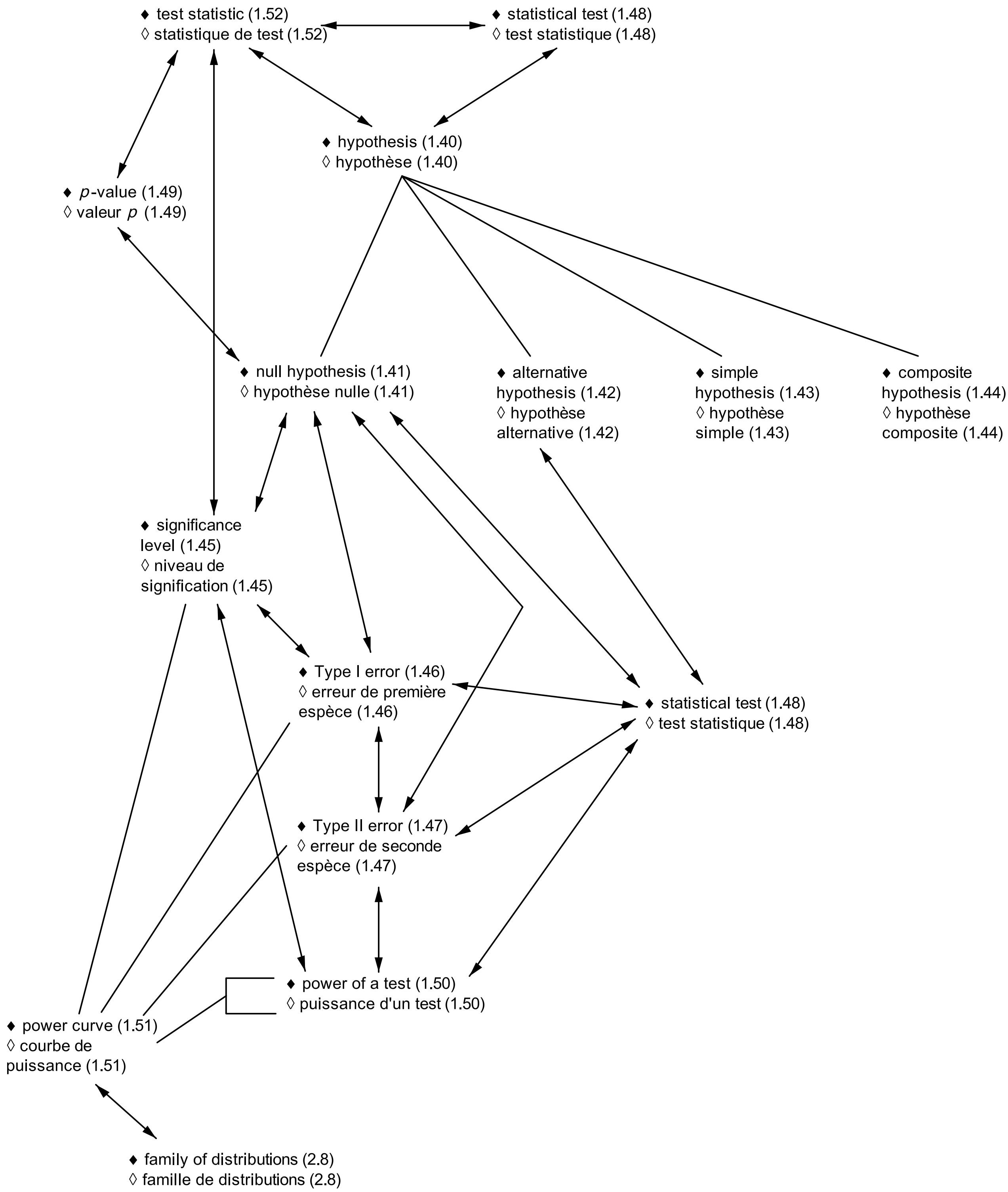

Figure B.4 — Concepts regarding statistical tests

Figure B.4 — Concepts relatifs aux tests statistiques

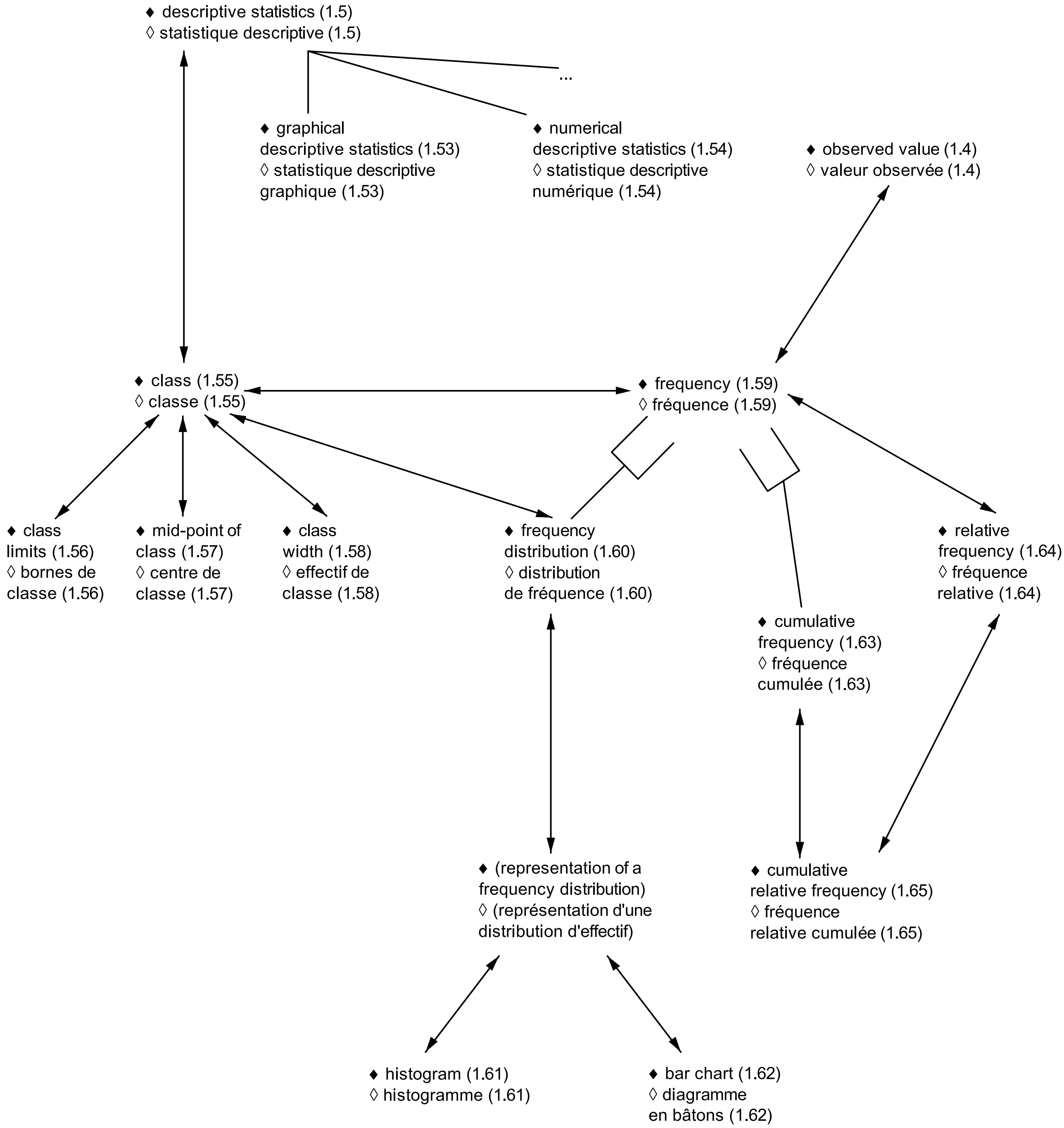

Figure B.5 — Concepts regarding classes and empirical distributions

Figure B.5 — Concepts relatifs aux classes et aux distributions empiriques

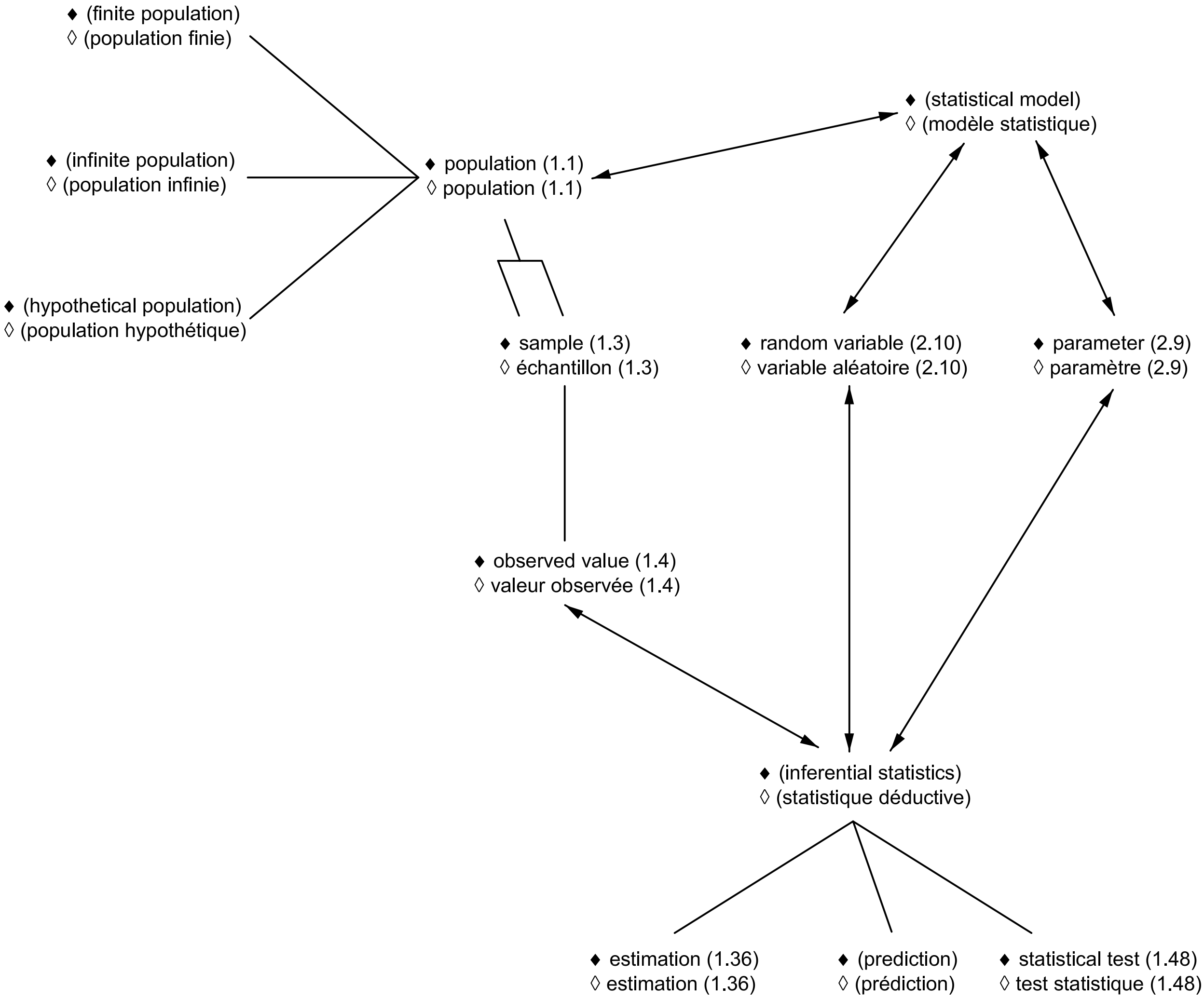

Figure B.6 — Statistical inference concept diagram

Figure B.6 — Diagramme de concepts de déduction statistique

Annex C
(informative)

Probability concept diagrams

Annexe C
(informative)

Diagramme de concept de probabilité

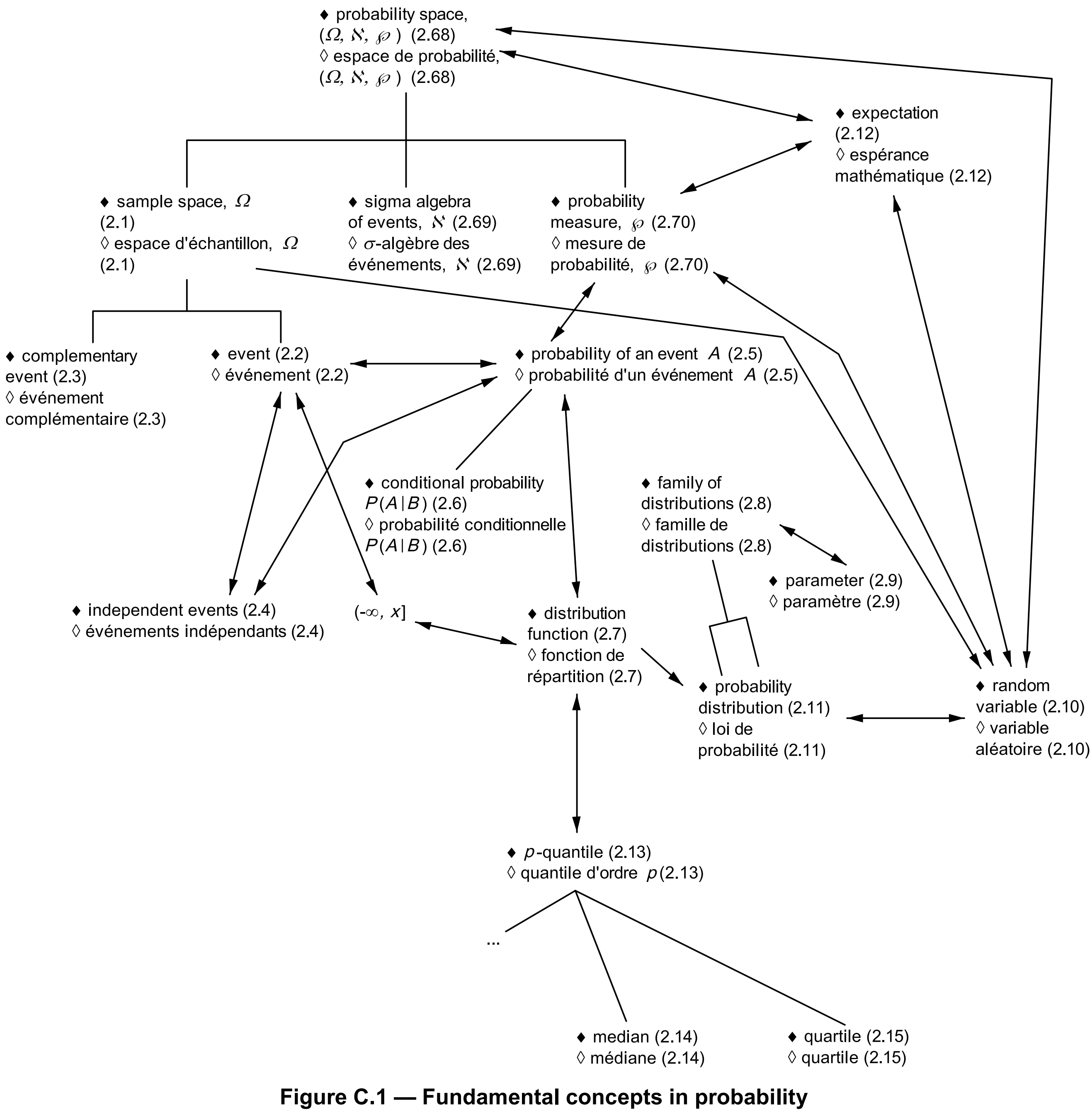

Figure C.1 — Fundamental concepts in probability

Figure C.1 — Concepts fondamentaux de probabilité

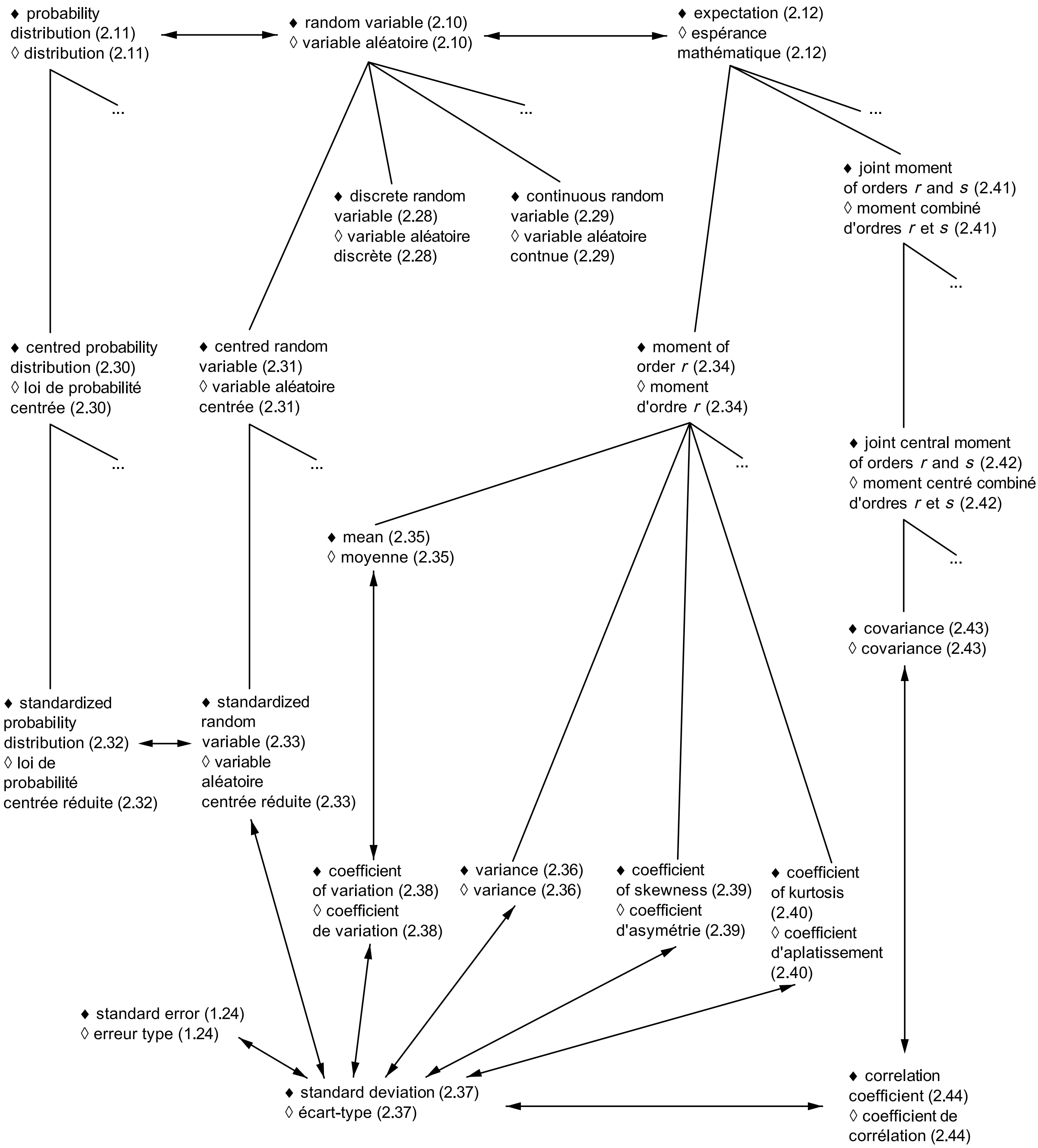

Figure C.2 — Concepts regarding moments

Figure C.2 — Concepts relatifs aux moments

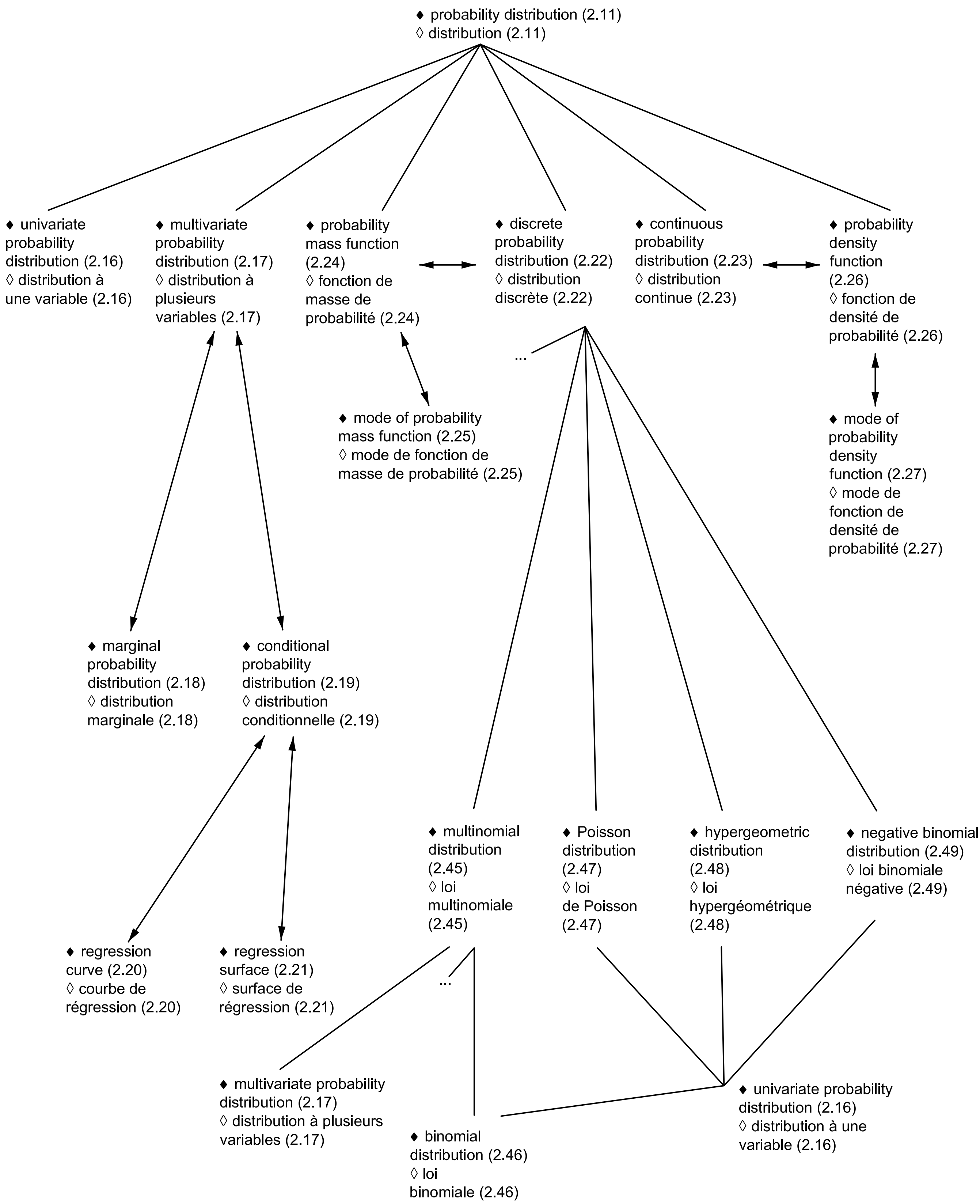

Figure C.3 — Concepts regarding probability distributions

Figure C.3 — Concepts relatifs aux distributions

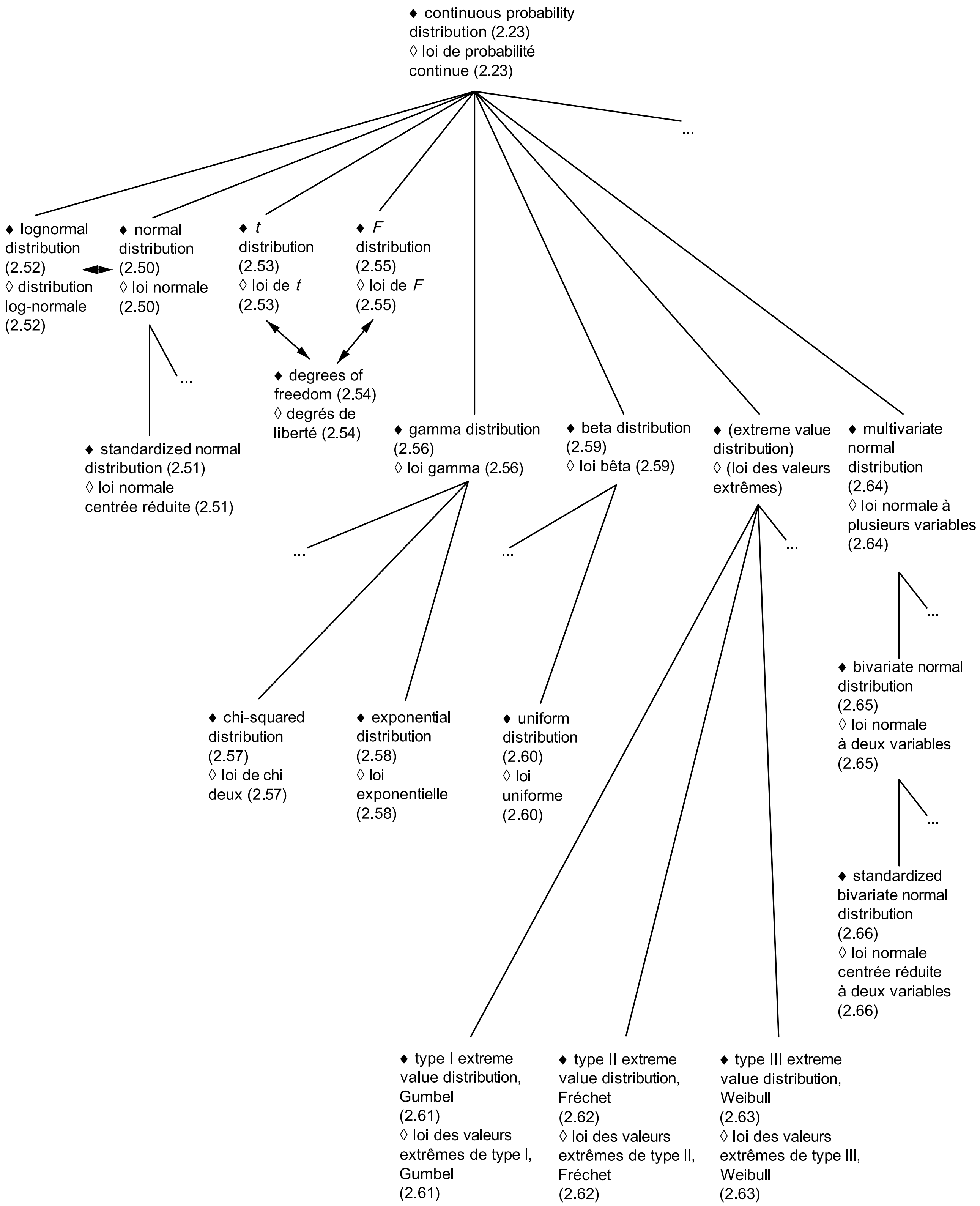

Figure C.4 — Concepts regarding continuous distributions

Figure C.4 — Concepts relatifs aux distributions continues

Annex D
(informative)

Methodology used in the development of the vocabulary

D.1 Introduction

The universal application of the ISO family of standards requires the employment of a coherent and harmonized vocabulary that is easily understandable by potential users of applied statistics standards.

Concepts are interrelated, and an analysis of these relationships among concepts within the field of applied statistics and their arrangement into concept diagrams is a prerequisite of a coherent vocabulary. Such an analysis was used in the development of this part of ISO 3534. Since the concept diagrams employed during the development process may be helpful in an informative sense, they are reproduced in D.4.

Annexe D
(informative)

Méthodologie utilisée pour élaborer le vocabulaire

D.1 Introduction

L'application universelle de l'ensemble des Normes internationales exige l'emploi d'un vocabulaire cohérent et harmonisé qui soit facilement compréhensible par les utilisateurs potentiels des normes dans le domaine de la statistique appliquée.

Les concepts ne sont pas indépendants les uns des autres. L'analyse des relations entre concepts dans le domaine de la statistique appliquée et leur disposition en systèmes de concepts conditionnent la cohérence du vocabulaire. Une telle analyse a été utilisée pour l'élaboration du vocabulaire spécifié dans la présente partie de l'ISO 3534. Comme les diagrammes de concepts employés dans le processus d'élaboration peuvent être utiles à titre d'information, ils ont été reproduits en D.4.

D.2 Content of a vocabulary entry and the substitution rule

The concept forms the unit of transfer between languages (including variants within one language, e.g. American English and British English). For each language, the most appropriate term for the universal transparency of the concept in that language, i.e. not a literal approach to translation, is chosen.

A definition is formed by describing only those characteristics that are essential to identify the concept. Information concerning the concept which is important but which is not essential to its description is put in one or more notes to the definition.

When a term is substituted by its definition, subject to minor syntax changes, there should be no change in the meaning of the text. Such a substitution provides a simple method for checking the accuracy of a definition. However, where the definition is complex in the sense that it contains a number of terms, substitution is best carried out taking one or, at most, two definitions at a time. Complete substitution of the totality of the terms will become difficult to achieve syntactically and will be unhelpful in conveying meaning.

D.2 Contenu d'un élément de vocabulaire et règle de substitution

Le concept constitue l'unité de transfert entre les langues (y compris au sein d'une même langue, par exemple entre l'anglais américain et l'anglais britannique). Dans chaque langue, il est fait le choix du terme le plus approprié pour représenter le concept dans cette langue, ce qui signifie une approche non littérale de la traduction.

Une définition s'élabore par la description des seules caractéristiques essentielles à l'identification du concept. Des informations importantes sur le concept, mais non essentielles à sa description, sont fournies dans les notes qui complètent la définition.

Lorsqu'un terme est remplacé par sa définition, moyennant des modifications syntaxiques mineures, le sens d'une phrase n'est pas modifié. Cette substitution fournit une méthode simple de vérification de la justesse d'une définition. Cependant, lorsqu'une définition est complexe par le nombre de termes qu'elle contient, la substitution s'effectue de préférence en prenant une ou deux définitions au plus à chaque fois. Une substitution complète de l'ensemble des termes est difficile à opérer en termes de syntaxe et ne sera d'aucune utilité du point de vue du sens.

D.3 Concept relationships and their graphical representation

D.3.1 General

In terminology work, the relationships between concepts are based on the hierarchical formation of the characteristics of a species so that the most economical description of a concept is formed by naming its species an describing the characteristics that distinguish it from its parent or sibling concepts.

There are three primary forms of concept relationships indicated in this annex: generic (D.3.2), partitive (D.3.3) and associative (D.3.4).

D.3 Relations entre les concepts et représentation graphique

D.3.1 Généralités

Pour le travail de terminologie proprement dit, les relations se fondent sur la structure hiérarchique des caractéristiques d'une espèce, de manière que la description minimale d'un concept soit formée par la dénomination de son espèce et la description des caractéristiques qui le distinguent des concepts parents ou frères.

Il existe trois types principaux de relations entre concepts présentées dans la présente Annexe: la relation générique (D.3.2), partitive (D.3.3) ou associative (D.3.4).

D.3.2 Generic relation

Subordinate concepts within the hierarchy inherit all the characteristics of the superordinate concept and contain descriptions of these characteristics which distinguish them from the superordinate (parent) and coordinate (sibling) concepts, e.g. the relation of spring, summer, autumn and winter to season.

Generic relations are depicted by a fan or tree diagram without arrows (see Figure D.1).

D.3.2 Relation générique

Les concepts subordonnés héritent de l'ensemble des caractéristiques du concept de rang supérieur et intègrent la description des caractéristiques qui les différencient des concepts de rang supérieur (parent) et de rang égal (fratrie), par exemple le printemps, l'été, l'automne et l'hiver par rapport à la saison.

Une relation générique est représentée par un schéma en éventail ou en arbre, sans flèches (voir Figure D.1).

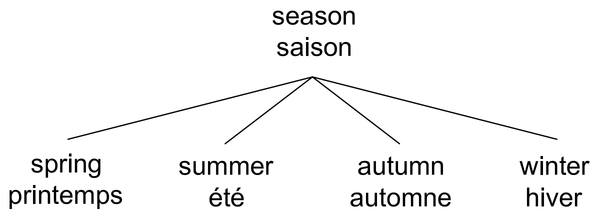

Figure D.1 — Graphical representation of a generic relation

Figure D.1 — Représentation graphique d'une relation générique

D.3.3 Partitive relations

Subordinate concepts within the hierarchy from constituent parts of the superordinate concept, e.g. spring, summer, autumn and winter may be defined as parts of the concept year. In comparison, it is inappropriate to define sunny weather (one possible characteristic of summer) as part of a year.

Partitive relations are depicted by a rake, without arrows (see Figure D.2). Singular parts are depicted by one line, multiple parts by double lines.

D.3.3 Relation partitive

Les concepts subordonnés constituent des éléments de l'ensemble de rang supérieur, dans le cadre d'une relation hiérarchique, c'est-à-dire où les composants génèrent le tout; par exemple, le printemps, l'été, l'automne et l'hiver peuvent être définis comme composants par référence à l'année. Il n'est pas approprié de définir le temps ensoleillé, une caractéristique possible de l'été, par référence au composant de l'année.

Les relations partitives sont représentées par un râteau, sans flèches (voir Figure D.2). Une ligne simple relie les composants unitaires, une ligne double les composants multiples.

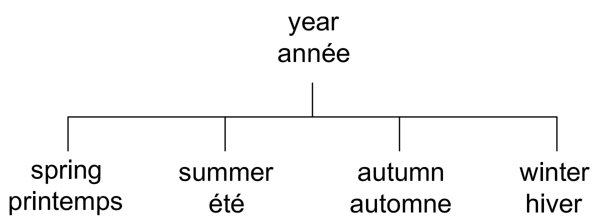

Figure D.2 — Graphical representation of a partitive relation

Figure D.2 — Représentation graphique d'une relation partitive

D.3.4 Associative relation

Associative relations cannot provide the economies in description that are present in generic and partitive relations but are helpful in identifying the nature of the relationship between one concept and another within a concept system, e.g. cause and effect, activity and location, activity and result, tool and function, material and product.

Associative relations are depicted by a line with arrowheads at each end (see Figure D.3).

D.3.4 Relation associative

Les relations associatives ne permettent pas l'économie en matière de description que permettent les deux formes de relations hiérarchiques décrites ci-dessus. Elles permettent cependant d'identifier la nature d'une relation entre deux concepts dans le cadre d'un champ notionnel, par exemple, cause et effet, activité et site, activité et résultat, outil et fonction, matière et produit.

Les relations associatives sont représentées par des flèches aux deux extrémités d'une ligne (voir Figure D.3).

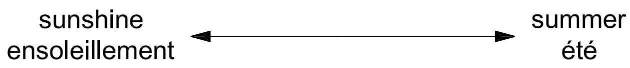

Figure D.3 — Graphical representation of an associative relation

Figure D.3 — Représentation graphique d'une relation associative

D.4 Concept diagrams

Figures B.1 to B.5 show the concept diagrams on which the definitions in Clause 1 of this part of ISO 3534 are based. Figure B.6 is an additional concept diagram that indicates the relationship of certain terms appearing previously in Figures B.1 to B.5. Figures C.1 to C.4 show the concept diagrams on which the definitions in Clause 2 of this part of ISO 3534 are based. There are several terms which appear in multiple concept diagrams, thus providing a linkage among the diagrams, are indicated. These are indicated as follows:

Figure B.1 Basic population and sample concepts:	
descriptive statistics (1.5)	Figure B.5
simple random sample (1.7)	Figure B.2
estimator (1.12)	Figure B.3
test statistic (1.52)	Figure B.4
random variable (2.10)	Figure C.1, C.2
distribution function (2.7)	Figure C.1
Figure B.2 Concepts regarding sample moments:	
simple random sample (1.7)	Figure B.1
Figure B.3 Estimation concepts:	
estimator (1.12)	Figure B.1
parameter (2.9)	Figure C.1
family of distributions (2.8)	Figures B.4, C.1
probability density function (2.26)	Figure C.3
probability mass function (2.24)	Figure C.3

D.4 Diagrammes de concepts

Les Figures B.1 à B.5 illustrent les diagrammes de concepts sur lesquels s'appuient les définitions de l'Article 1 de la présente partie de l'ISO 3534. La Figure B.6 est un diagramme de concept complémentaire qui illustre les relations de certains termes apparaissant dans les Figures B.1 à B.5. Les Figures C.1 à C.4 illustrent les diagrammes de concept sur lesquels s'appuient les définitions de l'Article 2 de la présente partie de l'ISO 3534. Quelques termes apparaissent dans plusieurs diagrammes, un lien apparaît donc entre les diagrammes. Ces termes sont donnés ci-dessous:

Figure B.1 Concepts de population de base et d'échantillon:	
statistique descriptive (1.5)	Figure B.5
échantillon aléatoire simple (1.7)	Figure B.2
estimateur (1.12)	Figure B.3
statistique de test (1.52)	Figure B.4
variable aléatoire (2.10)	Figure C.1, C.2
fonction de répartition (2.7)	Figure C.1
Figure B.2 Concepts relatifs aux moments d'échantillon:	
échantillon aléatoire simple (1.7)	Figure B.1
Figure B.3 Concepts d'estimation:	
estimateur (1.12)	Figure B.1
paramètre (2.9)	Figure C.1
famille de distributions (2.8)	Figures B.4, C.1
fonction de densité de probabilité (2.26)	Figure C.3
fonction de masse de probabilité (2.24)	Figure C.3

Figure B.4 Concepts regarding statistical tests:	
test statistic (1.52)	Figure B.1
probability density function (2.26)	Figure B.3, C.3
probability mass function (2.24)	Figure B.3, C.3
family of distributions (2.8)	Figures B.3, C.1
Figure B.5 Concepts regarding classes and empirical distributions:	
descriptive statistics (1.5)	Figure B.1
Figure B.6 Statistical inference concept diagram:	
population (1.1)	Figure B.1
sample (1.3)	Figure B.1
observed value (1.4)	Figure B.1, B.5
estimation (1.36)	Figure B.3
statistical test (1.48)	Figure B.4
parameter (2.9)	Figure B.3, C.1
random variable (2.10)	Figure B.1, C.1, C.2
Figure C.1 Fundamental concepts in probability:	
random variable (2.10)	Figure B.1, C.2
probability distribution (2.11)	Figure C.2, C.3
family of distributions (2.8)	Figure B.3, B.4
distribution function (2.7)	Figure B.1
parameter (2.9)	Figure B.3
Figure C.2 Concepts on moments:	
random variable (2.10)	Figure B.1, C.1
probability distribution (2.11)	Figure C.1, C.3
Figure C.3 Concepts on probability distributions:	
probability distribution (2.11)	Figure C.1, C.2
probability mass function (2.24)	Figure B.3, B.4
continuous distribution (2.23)	Figure C.4
univariate distribution (2.16)	Figure C.4
multivariate distribution (2.17)	Figure C.4

Figure B.4 Concepts relatifs aux tests statistiques:	
statistique de test (1.52)	Figure B.1
fonction de densité de probabilité (2.26)	Figure B.3, C.3
fonction de masse de probabilité (2.24)	Figure B.3, C.3
famille de distributions (2.8)	Figures B.3, C.1
Figure B.5 Concepts relatifs aux classes et aux distributions empiriques:	
statistique descriptive (1.5)	Figure B.1
Figure B.6 Diagramme de concepts de déduction statistique:	
population (1.1)	Figure B.1
échantillon (1.3)	Figure B.1
valeur observée (1.4)	Figure B.1, B.5
estimation (1.36)	Figure B.3
test statistique (1.48)	Figure B.4
paramètre (2.9)	Figure B.3, C.1
variable aléatoire (2.10)	Figure B.1, C.1, C.2
Figure C.1 Concepts fondamentaux de la probabilité:	
variable aléatoire (2.10)	Figure B.1, C.2
loi de probabilité (2.11)	Figure C.2, C.3
famille de distributions (2.8)	Figure B.3, B.4
fonction de répartition (2.7)	Figure B.1
paramètre (2.9)	Figure B.3
Figure C.2 Concepts relatifs aux moments:	
variable aléatoire (2.10)	Figure B.1, C.1
loi de probabilité (2.11)	Figure C.1, C.3
Figure C.3 Concepts relatifs aux moments:	
loi de probabilité (2.11)	Figure C.1, C.2
fonction de masse de probabilité (2.24)	Figure B.3, B.4
distribution continue (2.23)	Figure C.4
distribution à une variable (2.16)	Figure C.4
distribution à plusieurs variables (2.17)	Figure C.4

Figure C.4 Concepts regarding continuous distributions:	
univariate distribution (2.16)	Figure C.3
multivariate distribution (2.17)	Figure C.3
continuous distribution (2.23)	Figure C.3

As a final note on Figure C.4, the following distributions are examples of univariate distributions: normal, t distribution, F distribution, standardized normal, gamma, beta, chi-squared, exponential, uniform, Type I extreme value, Type II extreme value and Type III extreme value. The following distributions are examples of multivariate distributions: multivariate normal, bivariate normal and standardized bivariate normal. To include univariate distribution (2.16) and multivariate distribution (2.17) in the concept diagram would unduly clutter the figure.

Figure C.4 Concepts relatifs aux distributions continues:	
distribution à une variable (2.16)	Figure C.3
distribution à plusieurs variables (2.17)	Figure C.3
distribution continue (2.23)	Figure C.3

Note finale concernant la Figure C.4. Les distributions suivantes sont des exemples de distributions à une variable: normale, t, F, normale normalisée, gamma, bêta, chi-carré, exponentielle, uniforme, valeur extrême de type I, valeur extrême de type II et valeur extrême de type III. Les distributions suivantes sont des exemples de distributions à plusieurs variables: normale à plusieurs variables, normale à deux variables et normale normalisée à deux variables. Inclure la distribution à une variable (2.16) et à plusieurs variables (2.17) sur le concept de diagramme aurait trop alourdi la figure.

Bibliography

[1] ISO 31-11:1992, *Quantities and units — Part 11: Mathematical signs ans symbols for use in the physical sciences and technology*

[2] ISO 3534-2:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Applied statistics*

[3] ISO 5725 (all parts), *Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results*

[4] VIM:1993, *International vocabulary of basic and general terms in metrology*, BIPM, IEC, IFCC, ISO, OIML, IUPAC, IUPAP

Bibliographie

[1] ISO 31-11:1992, *Grandeurs et unités — Partie 11: Signes et symboles mathématiques à employer dans les sciences physiques et dans la technique*

[2] ISO 3534-2:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Statistique appliquée*

[3] ISO 5725 (toutes les parties), *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure*

[4] VIM:1993, *Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie*, BIPM, CEI, FICC, ISO, OIML, UICPA, UIPPA

Alphabetical index

Index alphabétique

ICS 01.040.03; 03.120.30

Price based on 105 pages / Prix basé sur 105 pages