US ISO 3534-3

UGANDA STANDARD

First Edition
2011-12-20

Statistics — Vocabulary and symbols — Part 3: Design of experiments

Reference number
US ISO 3534-3: 1999

The Executive Director
Uganda National Bureau of Standards
P.O. Box 6329
Kampala
Uganda
Tel: 256 41 505 995
Fax: 256 41 286 123
E-mail: unbs@infocom.co.ug
Web: www.unbs.go.ug

National foreword

Uganda National Bureau of Standards (UNBS) is a parastatal under the Ministry of Tourism, Trade and Industry established under Cap 327, of the Laws of Uganda. UNBS is mandated to co-ordinate the elaboration of standards and is

(a) a member of International Organisation for Standardisation (ISO) and

(b) a contact point for the WHO/FAO Codex Alimentarius Commission on Food Standards, and

(c) the National Enquiry Point on TBT/SPS Agreements of the World Trade Organisation (WTO).

The work of preparing Uganda Standards is carried out through Technical Committees. A Technical Committee is established to deliberate on standards in a given field or area and consists of representatives of consumers, traders, academicians, manufacturers, government and other stakeholders.

Draft Uganda Standards adopted by the Technical Committee are widely circulated to stakeholders and the general public for comments. The committee reviews the comments before recommending the draft standards for approval and declaration as Uganda Standards by the National Standards Council.

This Uganda Standard, US ISO 3534-3:1999*, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 3: Design of experiments,* is identical with and has been reproduced from an International Standard, ISO 3534-3:1999*, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 3: Design of experiments,* and adopted as a Uganda Standard.

This standard was developed by the Applied Statistical Methods Technical Committee (UNBS/TC 17).

Wherever the words, “International Standard" appear, they should be replaced by "Uganda Standard."

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE

ISO 3534-3

Second edition
Deuxième édition
1999-12-01

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3:
Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3:
Plans d'expérience

Reference number
Numéro de référence
ISO 3534-3:1999(E/F)

Foreword

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards bodies (ISO member bodies). The work of preparing International Standards is normally carried out through ISO technical committees. Each member body interested in a subject for which a technical committee has been established has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work. ISO collaborates closely with the International Electrotechnical Commission (IEC) on all matters of electrotechnical standardization.

International Standards are drafted in accordance with the rules given in the ISO/IEC Directives, Part 3.

Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for voting. Publication as an International Standard requires approval by at least 75 % of the member bodies casting a vote.

International Standard ISO 3534-3 was prepared by Technical Committee ISO/TC 69, *Applications of statistical methods*, Subcommittee SC 1, *Terminology and symbols*.

This second edition cancels and replaces the first edition (ISO 3534:1985), which has been technically revised.

ISO 3534 consists of the following parts, under the general title *Statistics — Vocabulary and symbols* :

— *Part 1: Probability and general statistical terms*

— *Part 2: Statistical quality control*

— *Part 3: Design of experiments*

The entries in this part of ISO 3534 are arranged analytically, and alphabetical indexes in English and French are provided.

International Organization for Standardization
Case postale 56 • CH-1211 Genève 20 • Switzerland
Internet iso@iso.ch

Printed in Switzerland/Imprimé en Suisse

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 3.

Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

La Norme internationale ISO 3534-3 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 1*, Terminologie et symboles*.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition (ISO 3534-3:1985), dont elle constitue une révision technique.

L'ISO 3534 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Statistique — Vocabulaire et symboles* :

— *Partie 1: Probabilité et termes statistiques généraux*

— *Partie 2: Maîtrise statistique de la qualité*

— *Partie 3: Plans d'expérience*

La disposition des termes dans la présente partie de l'ISO 3534 est faite de façon analytique et des index alphabétiques français et anglais sont donnés.

Introduction

Design of experiments is essentially a strategy of planning experiments so that valid and relevant conclusions may be reached efficiently and economically. The selection of the specific experimental plan should depend on the type of question to be addressed, the degree of generality to be attached to the conclusions, and the resources available (experimental material, personnel, time). A properly designed and executed experiment will frequently lead to relatively simple statistical analysis and interpretation of the results.

In recent years, the application of experimental design has flourished, notably due to the recognition that designed experiments are essential for improving the quality of goods and services. Although statistical quality control, management resolve, inspection, and other quality tools also serve this function, experimental design represents the methodology of choice in complex, variable and interactive settings. Historically, design of experiments has evolved and thrived in the agricultural area. Medicine has also enjoyed a long standing history of careful experimental design. Currently, industrial settings are witnessing the considerable benefits of the methodology — due to ease of initiating efforts (user-friendly software packages), improved training, influential advocates, and accumulating successes with experimental design.

Factorial experiments (see 2.1) provide a methodology for studying the interrelationships among multiple factors of interest to the experimenter. These types of experiments can be far more efficient and effective than intuitive one-factor-at-a-time experiments. Factorial experiments are particularly well-suited for determining that a factor behaves differently (as reflected in the experimental response) at different levels of other factors. Frequently, the “breakthrough” in quality comes from the synergism revealed in a study of “interactions” (see 1.17). If the number of factors under consideration is large, then factorial experiments could exceed resources. However, fractional factorial designs (see 2.1.1) offer a possible compromise. Actually, if the initial goal is to identify factors warranting further investigation, then screening designs (see 2.2) can be useful.

In planning an experiment, it is necessary to limit biases introduced by the experimental conditions or assignment of treatments to experimental units. Topics such as “randomization” (see 1.29) and “blocking” (see 1.28) deal with minimizing the effects of nuisance or extraneous elements. Specific blocking strategies include randomized block designs (see 2.3.1), Latin-square designs (see 2.3.2) and variants, and balanced incomplete block designs (see 2.3.4.1).

Viewing design of experiments as an evolutionary process with continuous improvement as a goal, response surface designs (see 2.4) play a pivotal role. By considering multiple levels of key factors, response surface methods neatly accommodate curvilinear effects in the vicinity of optimum points.

Mixture designs (see 2.5) handle situations in which factors constitute proportions of a total, such as ingredients in an alloy. Nested designs (see 2.6) are particularly useful in interlaboratory testing.

Methods of analysis of the collected data are straightforward, if the experiment is carried out according to the plan. Graphical methods (see 3.1) can be particularly effective in revealing overall conclusions. Estimation of parameters from a model (see 1.1 and following) is commonly handled using regression analysis (see 3.3). Regression analysis methods can also handle difficulties with missing data, identification of outliers, and other problems.

Good experimental design should:

a) incorporate prior knowledge and experience in selection of factors, their levels, and in describing assumptions;

b) furnish relevant information with minimum effort;

c) ensure, before starting the experiment, that the design is capable of achieving the objective of the experiment with the desired precision;

d) reflect the sequential nature of most investigations;

e) specify both arrangement and sequence of experimental treatments to avoid misunderstandings when the experiment is in progress.

Introduction

Les plans d'expérience constituent essentiellement une stratégie de planification d'expériences afin d'obtenir des conclusions solides et adéquates de manière efficace et économique. Il convient que le choix du plan d'expérience dépende de la nature des questions à traiter, du degré de généralité recherché pour les conclusions, et des ressources disponibles (matériau expérimental, personnel, contraintes de temps). Une expérience convenablement organisée conduira fréquemment à une analyse et à une interprétation statistique relativement simples des résultats.

Au cours des dernières années, l'application des plans d'expérience s'est développée, particulièrement en raison du fait reconnu que ceux-ci sont essentiels pour l'amélioration de la qualité des biens et des services. Bien que la maîtrise statistique de la qualité, les solutions managériales, les inspections, et autres outils de qualité remplissent également cette fonction, le plan d'expérience représente la méthodologie par excellence dans le cas d'un environnement de paramètres complexes, variables et interactifs. D'un point de vue historique, les plans d'expérience ont évolué et se sont développés dans le secteur de l'agriculture. La médecine a également bénéficié d'une longue histoire de plans d'expérience élaborés avec soin. Actuellement, les environnements industriels témoignent de bénéfices considérables de la méthodologie, en raison de la facilité d'initiation des efforts (logiciels d'application conviviaux), d'une meilleure formation, de défenseurs influents, et des nombreux succès obtenus grâce aux plans d'expérience.

Les expériences factorielles (voir 2.1) fournissent une méthodologie d'étude des interrelations parmi les multiples facteurs d'intérêt pour la personne qui réalise l'expérience. Ces types d'expériences peuvent être bien plus efficaces et effectifs que les expériences intuitives du type «un facteur à la fois». Les expériences factorielles conviennent particulièrement pour déterminer le fait qu'un facteur se comporte différemment (comme reflété dans la réponse expérimentale) avec des variantes différentes d'autres facteurs. La «percée» de qualité provient fréquemment de la synergie révélée par une étude d'interactions (voir 1.17). Lorsque le nombre de facteurs considérés est important, les expériences factorielles peuvent alors dépasser les ressources. Cependant, les plans factoriels fractionnés (voir 2.1.1) offrent un compromis possible. En effet, lorsque le but initial est d'identifier les facteurs justifiant d'autres analyses, les plans de «screening» (voir 2.2) peuvent être utiles.

La planification d'une expérience nécessite de limiter les biais dus aux conditions expérimentales ou à l'affectation des traitements aux unités expérimentales. Les sujets tels que «randomisation» (voir 1.29) et «mise en blocs» (voir 1.28) traitent de la réduction des effets de nuisance ou des éléments étrangers. Les stratégies spécifiques de mise en blocs comprennent les plans en blocs randomisés (voir 2.3.1), les plans en carré latin (voir 2.3.2) et leurs variantes, ainsi que les plans en blocs incomplets équilibrés (voir 2.3.4.1).

En considérant le plan d'expériences comme un processus évolutif avec un objectif d'amélioration continue, les plans à surface de réponse (voir 2.4) jouent un rôle pivot. En tenant compte des niveaux multiples de facteurs clés, les méthodes de surface de réponse conviennent parfaitement aux effets curvilignes à proximité des points optimaux.

Les plans pour l'étude de mélanges (voir 2.5) traitent de situations dans lesquelles les facteurs constituent les proportions d'un ensemble, telles que les ingrédients d'un alliage. Les plans emboîtés (voir 2.6) sont particulièrement utiles dans les essais interlaboratoires.

Les méthodes d'analyse des données recueillies sont directes, lorsque l'expérience est effectuée selon le plan. Les méthodes graphiques (voir 3.1) peuvent être particulièrement efficaces pour révéler des conclusions générales. L'estimation des paramètres d'un modèle (voir 1.1 et suivants) s'effectue communément en utilisant l'analyse de régression (voir 3.3). Les méthodes d'analyse de régression peuvent également traiter des difficultés rencontrées avec les données manquantes, l'identification des points aberrants, et autres problèmes.

Il convient qu'un bon plan d'expérience

a) intègre une connaissance et une expérience antérieures dans le choix des facteurs, de leurs niveaux, et dans la description des hypothèses;

b) fournisse les informations correspondantes avec le minimum d'efforts;

c) assure, avant l'expérience, que le plan est capable d'atteindre les objectifs de l'expérience avec la précision souhaitée;

d) reflète la nature séquentielle de la plupart des analyses;

e) spécifie à la fois la disposition et la séquence des traitements expérimentaux afin d'éviter les malentendus lorsque l'expérience est en cours.

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3:
Design of experiments

Scope

This part of ISO 3534 defines the terms used in the field of design of experiments and may be used in the drafting of other International Standards.

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3:
Plans d'expérience

Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 3534 définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expérience et peut être utilisée pour l'élaboration d'autres Normes internationales.

1 General terms

1.1
model

description relating the response variable to predictor variable(s) and including attendant assumptions

NOTE 1 The model consists of three parts. The first part is the **response** (1.2) that is being modelled. The second part is the deterministic or the systematic part of the model that includes **predictor variable(s)** (1.3). Finally, the third part is the random, error or stochastic part of the model, which can be quite elaborate. For example, the error term can incorporate a **dispersion effect** (1.14) that allows for increasing variability in the response with larger actual values of the response. See also (1.2) and (1.3).

EXAMPLE 1 The lifetime of a component is related to the environmental conditions that it experiences.

EXAMPLE 2 A formal model is:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

where

- y_{ij} is the response at level i of factor A and level j of factor B;
- μ is the overall mean response;
- α_i is the incremental effect of factor A at level i;
- β_j is the incremental effect of factor B at level j;
- ε_{ij} is the error term.

The response part of the model consists simply of y_{ij}. The predictive part of this model is $\mu + \alpha_i + \beta_i$ consisting of an overall mean response and two terms related to the effects of factors. The random or error part of this model consists of ε_{ij} that includes inherent variability in the process which produces the response.

EXAMPLE 3 A commonly used model is:

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_i + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

where

- y_{ijk} is the response of the kth replicate;
- α_i is the adjustment due to factor 1;
- β_i is the adjustment due to factor 2;
- τ_{ij} is the adjustment due to interaction of the factors;
- ε_{ijk} is the error term.

1 Termes généraux

1.1
modèle

description associant la variable de réponse à la (aux) variable(s) de prédiction et comprenant les hypothèses associées

NOTE 1 Le modèle comprend trois parties. La première partie est la **réponse** (1.2) modélisée. La seconde partie est la partie déterministe ou systématique du modèle qui peut inclure la (les) **variable(s) de prédiction** (1.3). Enfin, la troisième partie est la partie aléatoire stochastique ou d'erreur du modèle, qui peut être tout à fait élaborée. Par exemple, le terme erreur peut intégrer l'**effet de dispersion** (1.14) qui permet d'accroître la variabilité de la réponse avec des valeurs réelles plus grandes. Voir également (1.2) et (1.3).

EXEMPLE 1 La durée de vie d'un composant est liée aux conditions environnementales auxquelles il est soumis.

EXEMPLE 2 Un modèle formel est le suivant:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

où

- y_{ij} est la réponse au niveau i du facteur A et au niveau j du facteur B;
- μ est la réponse moyenne globale;
- α_i est l'effet d'incrément du facteur A au niveau i;
- β_j est l'effet d'incrément du facteur B au niveau j;
- ε_{ij} est le terme d'erreur.

La partie réponse du modèle est constituée simplement par y_{ij}. La partie prédictive de ce modèle est $\mu + \alpha_i + \beta_i$ qui consiste en une réponse moyenne globale et en deux termes relatifs aux effets des facteurs. La partie aléatoire ou d'erreur de ce modèle comprend ε_{ij} qui intègre la variabilité inhérente au processus qui produit la réponse.

EXEMPLE 3 Un modèle communément utilisé est:

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_i + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

où

- y_{ijk} est la réponse de la $k^{\text{ième}}$ réplique;
- α_i est l'ajustement dû au facteur 1;
- β_i est l'ajustement dû au facteur 2;
- τ_{ij} est l'ajustement dû à l'interaction des facteurs;
- ε_{ijk} est le terme d'erreur.

The terminology “adjustment” is used instead of “incremental effect” as in example 2, since here the formal mathematical model does not include an overall mean term. Furthermore y_{ijk} (ε_{ijk}) is used in this example rather than y_{ij} (ε_{ij}) to acknowledge the potential existence of replicates.

EXAMPLE 4 Another formal model is:

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i$$

where

y_i is the response corresponding to x_i;

$e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ represents the mean response corresponding to x_i;

ε_i is the error term.

NOTE 2 The above description of a model not only applies to the classical linear models with additive error but also to generalized linear models, where the error can be described by a variety of distributions including the binomial, Poisson, exponential, gamma and normal distributions.

1.2
response variable
variable representing the outcome of an experiment

NOTE 1 A common synonym is “output variable”.

NOTE 2 The term “dependent variable” is not recommended as a synonym due to potential confusion with independence (see reference [1] in the bibliography, ISO 3534-1:1993, 1.11).

NOTE 3 It may be that the response variable is vector-valued because several responses are recorded from each experimental unit.

1.3
predictor variable
variable that can contribute to the explanation of the outcome of an experiment

NOTE 1 Common synonyms include “input variable”, “descriptor variable” and “explanatory variable”.

NOTE 2 The extent to which a given predictor variable can be controlled dictates its potential role in a designed experiment. Predictor variables can be controllable (fixed), modifiable (controllable only for short duration or at considerable expense) or uncontrollable (random).

NOTE 3 A predictor variable can include a random element in it or it can, for example, be from a set of qualitative classes which can be observed or assigned without random error.

NOTE 4 “Independent variable” is not recommended as a synonym due to potential confusion with independence (see ISO 3534-1:1993, 1.11).

Le terme «ajustement» est utilisé au lieu «d'effet d'incrément» comme dans l'exemple 2, puisqu'ici le modèle mathématique formel n'inclut pas un terme moyen global. En outre y_{ijk} (ε_{ijk}) est utilisé dans cet exemple plutôt que y_{ij} (ε_{ij}) pour reconnaître l'existence possible de répliques.

EXEMPLE 4 Un autre modèle formel est:

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i$$

où

y_i est la réponse correspondant à x_i;

$e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ représente la réponse moyenne correspondant à x_i;

ε_i est le terme d'erreur.

NOTE 2 La description ci-dessus du modèle ne s'applique pas uniquement aux modèles linéaires classiques avec l'addition d'une erreur mais également aux modèles linéaires généralisés, lorsque l'erreur peut être décrite par un grand nombre de lois incluant les lois binomiale, de Poisson, exponentielle, gamma et normale.

1.2
variable de réponse
variable représentant le résultat d'une expérience

NOTE 1 «Variable de sortie» est un synonyme courant.

NOTE 2 Le terme «variable dépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» [ISO 3534-1:1993, 1.11 (voir référence [1] à la bibliographie)].

NOTE 3 Il se peut que la variable de réponse soit vectorielle du fait que plusieurs réponses sont enregistrées sur chaque unité expérimentale.

1.3
variable de prédiction
variable susceptible de contribuer à l'explication du résultat d'une expérience

NOTE 1 Les synonymes courants incluent «variable d'entrée», «variable descriptive» et «variable explicative».

NOTE 2 Le degré auquel une variable de prédiction donnée peut être maîtrisée régit son rôle potentiel dans un plan d'expérience. Les variables de prédiction sont susceptibles d'être maîtrisées (fixes), modifiables (maîtrisées uniquement pendant une courte période ou à un coût considérable) ou non maîtrisées (aléatoires).

NOTE 3 Une variable de prédiction peut comporter un élément aléatoire ou peut être, par exemple, un ensemble de classes de qualité qui peuvent être observées ou affectées sans erreur aléatoire.

NOTE 4 «Variable indépendante» n'est pas recommandée comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (ISO 3534-1:1993, 1.11).

1.4
design region
design space
set of allowable values for the predictor variables

1.5
factor
predictor variable that is varied with the intent of assessing its effect on the response variable

NOTE 1 A factor may provide an assignable cause for the outcome of an experiment.

NOTE 2 The use of factor here is more specific than its generic use as a synonym for **predictor variable** (1.3).

NOTE 3 A factor may be associated with the creation of **blocks** (1.11).

1.6
level
potential setting, value or assignment of a factor

NOTE 1 A synonym is the value of a predictor variable.

NOTE 2 The term “level” is normally associated with a quantitative characteristic. However, it also serves as the term describing the version or setting of qualitative characteristics.

EXAMPLE The ordinal-scale levels of a catalyst may be presence and absence. Four levels of a heat treatment may be 100 °C, 120 °C, 140 °C and 160 °C. The nominal-scale variable for a laboratory can have levels A, B and C, corresponding to three facilities.

NOTE 3 Responses observed at the various levels of a factor provide information for determining the effect of the factor within the range of levels of the experiment. Extrapolation beyond the range of these levels is usually inappropriate without a firm basis for assuming model relationships. Interpolation within the range may depend on the number of levels and the spacing of these levels. It is usually reasonable to interpolate, although it is possible to have discontinuous or multi-modal relationships that cause abrupt changes within the range of the experiment. The levels may be limited to certain selected fixed values (whether these values are or are not known) or they may represent purely random selection over the range to be studied.

1.4
zone du plan
espace du plan
ensemble de valeurs admissibles pour les variables de prédiction

1.5
facteur
variable de prédiction qui varie en vue de l'évaluation de son effet sur la variable de réponse

NOTE 1 Un facteur peut fournir une cause assignable aux résultats d'une expérience.

NOTE 2 Ici, le terme «facteur» est plus spécifique que son utilisation générique en tant que synonyme de **variable de prédiction** (1.3).

NOTE 3 Un facteur peut être associé à la création de **blocs** (1.11).

1.6
niveau
mise en œuvre, valeur ou affectation potentielle d'un facteur

NOTE 1 «Valeur d'une variable de prédiction» est un synonyme.

NOTE 2 Le terme «niveau» est plus généralement associé à une caractéristique quantitative. Cependant, il est également utilisé pour décrire la variante ou la mise en œuvre de caractéristiques qualitatives.

EXEMPLE Les niveaux d'échelle ordinale d'un catalyseur peuvent être sa présence ou son absence. Quatre niveaux d'un traitement thermique peuvent être 100 °C, 120 °C, 140 °C et 160 °C. La variable d'échelle nominale de laboratoire peut avoir les niveaux A, B et C, correspondant à trois installations.

NOTE 3 Les réponses obtenues aux différents niveaux d'un facteur fournissent une information sur l'effet du facteur dans le domaine des niveaux inclus de l'expérience. Une extrapolation hors de ce domaine est généralement inadéquate, à moins que l'on ait de solides raisons d'admettre l'existence d'un modèle de relation fonctionnelle. L'interpolation à l'intérieur du domaine peut dépendre du nombre de niveaux et de leur échelonnement. Elle est généralement raisonnable, bien qu'il puisse exister des relations discontinues ou multimodales entraînant des changements brusques à l'intérieur même du domaine étudié. Les niveaux peuvent être soit limités à certaines valeurs délibérément choisies (que celles-ci soient ou non connues), soit résulter d'une sélection purement aléatoire à l'intérieur du domaine à étudier.

1.7
experimental error
variation in the response variable beyond that accounted for by the factors, blocks or other attributable sources in the conduct of the experiment

NOTE 1 It is a common characteristic of experiments that, when repeated, results vary from trial to trial, though the experimental materials, environmental conditions and the experimental operations have been carefully controlled. Thus, experimental error is a common occurrence. This variation introduces a degree of uncertainty into conclusions drawn from these results, and consequently, should be considered when reaching conclusions.

NOTE 2 Specific refinements to this broad conceptual error framework for the individual response variables are provided by the terms **residual** (1.21), **residual error** (1.22) and **pure error** (1.23).

NOTE 3 Of related interest to experimental error are the terms repeatability standard deviation (ISO 3534-1:1993, 3.17) and reproducibility standard deviation (ISO 3534-1:1993, 3.22) which apply in the experimental design context directly if the actual design of the experiment is in accordance with repeatability conditions (ISO 3534-1:1993, 3.16) or reproducibility conditions (ISO 3534-1:1993, 3.21), respectively.

1.7
erreur expérimentale
variation de la variable de réponse au-delà de celle attendue des facteurs, des blocs ou autres sources attribuables lors de l'expérience

NOTE 1 La non-constance des résultats est une caractéristique commune à toutes les expériences, lorsque celles-ci sont répétées, même si les matériaux expérimentaux, les conditions d'environnement et les opérations expérimentales sont soigneusement contrôlés. En conséquence, l'erreur expérimentale est une occurrence courante. Cette erreur, introduit un degré d'incertitude dans les conclusions tirées des résultats; par conséquent, il convient de la prendre en considération lorsqu'on énonce les conclusions.

NOTE 2 Les améliorations spécifiques de ce large cadre conceptuel d'erreur pour les variables de réponses individuelles sont fournies par les termes **résidu** (1.21), **erreur résiduelle** (1.22), et **erreur pure** (1.23).

NOTE 3 Les termes «écart-type de répétabilité» (ISO 3534-1:1993, 3.17) et «écart-type de reproductibilité» (ISO 3534-1:1993, 3.22) sont intéressants relativement à l'erreur expérimentale et s'appliquent directement dans le contexte de plan d'expérience lorsque le plan réel d'expérience est conforme aux «conditions de répétabilité» (ISO 3534-1:1993, 3.16) ou aux «conditions de reproductibilité» (ISO 3534-1:1993, 3.21), respectivement.

1.8
variance component
variance of a random variable describing a factor effect or experimental error

NOTE 1 In the model, $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, where τ_i is a level chosen at random from an infinite set of values and the distributions of τ_i and ε_{ij} are independent, both τ_i and ε_{ij} are random variables. Once the random selection from the infinite set of possible levels is made, then analysis proceeds on the basis of the realizations of τ_i. In view of the probabilistic structure, it is reasonable to consider an equation involving the variances: $\mathrm{Var}(y_{ij}) = \mathrm{Var}(\tau_i) + \mathrm{Var}(\varepsilon_{ij})$, the right hand side denoted $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$. Symbolically, σ_τ^2 and σ_ε^2 are the variance components of y_{ij}.

NOTE 2 Other models can be envisaged that include nested or crossed factors.

1.8
composante de variance
variance d'une variable aléatoire qui décrit un effet de facteur ou une erreur expérimentale

NOTE 1 Dans le modèle, $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, où τ_i est un niveau choisi au hasard parmi un ensemble infini de valeurs et où les distributions de τ_i et ε_{ij} sont indépendantes, τ_i et ε_{ij} sont des variables aléatoires. Une fois le choix aléatoire effectué à partir de l'ensemble infini des niveaux possibles, l'analyse s'effectue alors sur la base des réalisations de τ_i. En observant la structure probabiliste, il est raisonnable de considérer une équation impliquant les variances: $\mathrm{Var}(y_{ij}) = \mathrm{Var}(\tau_i) + \mathrm{Var}(\varepsilon_{ij})$, le membre de droite étant noté $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$. Symboliquement, σ_τ^2 et σ_ε^2 sont les composantes de variance de y_{ij}.

NOTE 2 D'autres modèles, qui incluent les facteurs emboîtés et les facteurs croisés, peuvent être envisagés.

1.9
experimental unit
entity receiving a particular treatment, subsequently yielding a value of the response variable

1.9
unité expérimentale
entité qui reçoit un traitement particulier, produisant ensuite une valeur de la variable de réponse

1.10
treatment
specific setting of every factor

1.10
traitement
mise en œuvre spécifique de chaque facteur

1.11
block
collection of experimental units more homogeneous than the full set of **experimental units** (1.9) (see also 1.28)

NOTE 1 The term “block” originated in agricultural experiments in which a field was subdivided into sections having common conditions, such as exposure to the wind, proximity to underground water or thickness of the arable layer. In other situations, blocks are based on batches of raw material, operators, the number of units studied in a day, etc.

NOTE 2 Generally, recognition of the existence of blocks may affect how the treatments are assigned to experimental units.

1.12
one-factor experiment
experiment in which a single factor is investigated as to its effect (if any) on the response variable

EXAMPLE Consider the model:

$$y = \mu_i + \varepsilon$$

where

y is the response variable;

μ_i is the mean response at the ith level of the factor;

ε is a random variable capturing all other effects and sources of variation.

This model relates the response variable y to the effect μ_i (depending on the corresponding level of the factor) and an error term ε. Differences in the μ_i reflect the influence of the factor on the response variable (in this case the mean response value as a function of the level of the factor).

An alternate representation of this model is

$$y = \mu + \alpha_i + \varepsilon$$

where

y is the response variable;

μ is the overall mean response;

α_i is the incremental effect due to the ith level of the factor;

ε is a random variable capturing all other effects and sources of variation.

1.11
bloc
groupement d'unités expérimentales plus homogènes que l'ensemble complet des **unités expérimentales** (1.9) (voir aussi 1.28)

NOTE 1 Le terme «bloc» provient des expériences agronomiques dans lesquelles un champ est subdivisé en sections présentant des conditions communes telles que: exposition au vent, proximité d'eau souterraine ou épaisseur de la couche de terre arable. Dans d'autres situations, les blocs sont constitués par des lots de matières premières, des opérateurs, le nombre d'unités étudiées dans une même journée, etc.

NOTE 2 En général, le fait de reconnaître l'existence des blocs peut affecter la manière dont les traitements sont affectés aux unités expérimentales.

1.12
expérience à un facteur
expérience au cours de laquelle un seul facteur est analysé eu égard à son effet (le cas échéant) sur la variable de réponse

EXEMPLE Considérons le modèle

$$y = \mu_i + \varepsilon$$

où

y est la variable de réponse;

μ_i est la réponse moyenne au $i^{\text{ème}}$ niveau du facteur;

ε est une variable aléatoire groupant tous les autres effets et sources de variation.

Ce modèle associe la variable de réponse y à l'effet μ_i (en fonction du niveau correspondant du facteur) et à un terme d'erreur ε. Les différences de μ_i reflètent l'influence du facteur sur la variable de réponse (dans ce cas, la valeur de la réponse moyenne est fonction du niveau du facteur).

Une autre représentation du modèle est

$$y = \mu + \alpha_i + \varepsilon$$

où

y est la variable de réponse;

μ est la réponse moyenne globale;

α_i est l'effet d'incrément dû au $i^{\text{ème}}$ niveau du facteur;

ε est une variable aléatoire groupant tous les autres effets et sources de variation.

1.13
main effect
influence of a single factor on the mean of the response variable

NOTE For a factor with two levels, the main effect relates to the change in the response in going from one level to the other. If the levels are designated -1 (for low) and $+1$ (for high), then the main effect of the factor is estimated as the average response when the factor level is $+1$ minus the average response when the factor level is -1. Consider the model:

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon$$

where y, μ, and ε are as in 1.12, X is $+1$ or -1 as just described, and β represents the adjustment for the factor X. Note that an estimate of β is equal to one half the main effect for the factor X. If β were equal to zero, then X does not affect the mean of the response variable (it is the same regardless of the level of X being $+1$ or -1) so that the main effect of X is zero.

1.13
effet principal
influence d'un seul facteur sur la moyenne de la variable de réponse

NOTE Pour un facteur à deux niveaux, l'effet principal est lié au changement de réponse d'un niveau à l'autre. Lorsque les niveaux sont désignés par -1 (pour inférieur) et $+1$ (pour supérieur), l'effet principal est alors estimé comme la réponse moyenne lorsque le niveau de facteur est $+1$ moins la réponse moyenne lorsque le niveau de facteur est -1. Considérons le modèle

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon$$

où y, μ, et ε sont tels que décrits en 1.12, X est $+1$ ou -1 comme décrit ci-dessus, et β représente l'ajustement pour le facteur X. Noter qu'une estimation de β est égale à la moitié de l'effet principal pour le facteur X. Si β était égal à zéro, alors X n'affecterait pas la moyenne de la variable de réponse (qui est la même quel que soit le niveau de X, $+1$ ou -1) de sorte que l'effet principal de X serait zéro.

1.14
dispersion effect
influence of a single factor on the variance of the response variable

NOTE It is important to recognize that a factor that does not have much influence on the mean response may have dramatic effects on the variability of the response. In such situations, a particular level of the factor can be much more desirable in terms of achieving low variability or consistency in the responses. It is also possible that a factor can influence both the mean and the variance of the response variable.

1.14
effet de dispersion
influence d'un seul facteur sur la variance de la variable de réponse

NOTE Il est important de reconnaître qu'un facteur qui n'a guère d'influence sur la réponse moyenne peut avoir des effets considérables sur la variabilité de la réponse. Dans de telles situations, un niveau particulier du facteur peut être bien plus souhaitable en termes de réalisation d'une faible variabilité ou cohérence des réponses. Il est également possible qu'un facteur influence à la fois la moyenne et la variance de la variable de réponse.

1.15
two-factor experiment
experiment in which two distinct factors are simultaneously investigated for possible effects on the response variable

NOTE If the two factors operate without interfering with each other, the term “main effect” necessarily still applies. Namely, for each factor the main effect is its contribution to the mean of the response variable.

1.15
expérience à deux facteurs
expérience dans laquelle deux facteurs distincts sont analysés simultanément pour leurs effets possibles sur la variable de réponse

NOTE Lorsque les deux facteurs agissent indépendamment l'un de l'autre, le terme «effet principal» continue de s'appliquer. Ainsi, pour chaque facteur, l'effet principal est sa contribution à la moyenne de la variable de réponse.

1.16
***k*-factor experiment**
experiment in which k distinct factors ($k \geqslant 2$) are simultaneously investigated for possible effects on the response variable

NOTE A synonym is “multi-factor experiment”.

1.16
expérience à *k* facteurs
expérience dans laquelle k facteurs distincts ($k \geqslant 2$) sont analysés simultanément pour leurs effets possibles sur la variable de réponse

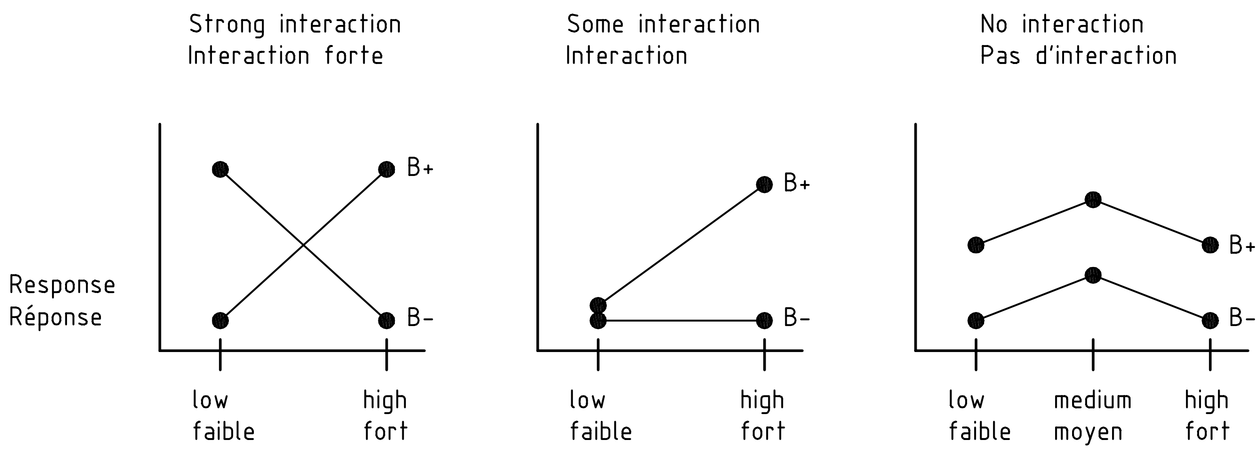
NOTE Un synonyme courant est «expérience à facteurs multiples».

1.17
interaction
effect for which the apparent influence of one factor on the response variable depends upon one or more other factors

NOTE 1 Interaction indicates an inconsistency of the main effect of a factor on the response depending on the level of another factor. Differential effect is used as a synonym. The following figure indicates these phenomena.

1.17
interaction
effet pour lequel l'influence apparente d'un facteur sur la variable de réponse dépend d'un ou de plusieurs autres facteurs

NOTE 1 L'interaction indique une incohérence de l'effet principal d'un facteur sur la réponse selon le niveau d'un autre facteur. «Effet différentiel» est utilisé comme synonyme. La figure suivante indique ces phénomènes.



NOTE 2 Most commonly, interactions are considered involving only two factors and are more precisely referred to as either two-way interactions or first order interactions. Of course, it is possible that three factors, for example A, B, and C, interact in the sense that the first order interaction of AB depends on the level of factor C. In this case, there is a second order interaction. Similarly, third, fourth, and higher order interactions can be conceived.

NOTE 3 Example 3 in 1.1 provides a formal model representation of an experiment with two factors and the two-way or first order interaction τ_{ij} between them.

NOTE 2 Le plus couramment, on considère que les interactions n'impliquent que deux facteurs et qu'elles sont des interactions à deux entrées ou de premier ordre. Évidemment, il est possible que trois facteurs, à savoir A, B et C, interagissent dans le sens où l'interaction de premier ordre de AB dépend du niveau du facteur C. Dans ce cas, il existe une interaction de second ordre. De façon similaire, il est possible de concevoir des interactions de troisième, quatrième ordre et d'ordre supérieur.

NOTE 3 L'exemple 3 en 1.1 donne une représentation de modèle formel d'une expérience avec deux facteurs et l'interaction à deux entrées ou de premier ordre τ_{ij} entre eux.

1.18
confounding
combining deliberately two or more effects (main and/or interaction) so as to be indistinguishable

NOTE Confounding is an important technique which permits, for example, the effective use of specified blocks in some experimental designs. This is accomplished by deliberately pre-selecting certain effects (main or interactions) as being of little interest, and arranging the design so that it confounds them with block effects, while keeping the other more important effects free from such complications. Confounding may be deliberately used to diminish the number of trials of the **experimental plan** (1.30). Sometimes, however, confounding results from inadvertent changes to a design during the running of an experiment or from incomplete planning of the design, and it serves to diminish, or even to invalidate, the effectiveness of an experiment.

1.18
concomitance
combinaison volontaire de deux ou de plusieurs effets (principal et/ou d'interaction) de sorte qu'ils ne puissent pas être distingués

NOTE La concomitance est une technique importante qui permet par exemple, dans certains plans d'expérience, l'emploi efficace de blocs spécifiés. Elle consiste à choisir volontairement à l'avance certains effets (principaux ou d'interaction) considérés comme de peu d'intérêt, puis à construire le plan de telle façon qu'ils se trouvent confondus avec des effets blocs, tandis que les effets les plus importants échappent à la concomitance. La technique de concomitance peut être utilisée pour réduire le nombre d'essais du **plan d'expérience** (1.30). Parfois, cependant, la concomitance provient de modifications involontaires intervenant dans le plan au cours du déroulement d'une expérience, ou encore d'une planification incomplète; elle a alors pour conséquence de diminuer l'efficacité de l'expérience, ou même de rendre ses résultats sans valeur.

1.19
alias
⟨statistics⟩ effect (main or interaction) that is completely confounded with another main effect or interaction due to the nature of the experiment

1.20
curvature
departure from a straight line relationship between the response variable and a predictor variable

NOTE 1 Curvature has meaning with quantitative predictor variables, but not with categorical (nominal) or qualitative (ordinal) predictor variables. Detection of curvature requires more than two levels of the factors. In some instances, replicated centre points (the factor set midway between the high and low settings of the factors) can allow the detection and assessment of curvature. Alternatively, an expanded range of the levels of the factor can be necessary to observe curvature.

NOTE 2 Returning to the model given in the example of 1.12, curvature can be readily modelled via a form such as:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2 + \varepsilon$$

If γ deviates from zero, there is evidence of curvature relative to the simple linear relation.

1.21
residual
difference between an observed value of the response variable and the corresponding predicted value of the response variable

NOTE The predicted value of the response variable is based upon an assumed model, the parameters of which are estimated from the data.

EXAMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ is the residual corresponding to the experimental unit with factor A set at level i and with factor B set at level j using the model in example 2 from 1.1.

EXAMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ is a residual corresponding to the model in example 3 from 1.1.

EXAMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ is a residual corresponding to the model in example 4 from 1.1.

1.19
aliase
effet inséparable
⟨statistique⟩ effet (principal ou d'interaction) totalement confondu avec un autre effet principal ou d'interaction en raison de la nature de l'expérience

1.20
courbure
écart par rapport à une relation linéaire entre la variable de réponse et une variable de prédiction

NOTE 1 La courbure a une signification avec des variables quantitatives de prédiction, mais non avec des variables de catégorie (nominales) ou qualitatives (ordinales) de prédiction. La détection d'une courbure nécessite plus de deux niveaux de facteurs. Dans certaines circonstances, les points centraux dupliqués (le facteur étant à mi-chemin entre les valeurs inférieure et supérieure des facteurs) peut détecter et évaluer la courbure. Alternativement, une plage étendue des niveaux du facteur peut être nécessaire pour observer la courbure.

NOTE 2 En se reportant au modèle donné à l'exemple du paragraphe 1.12, la courbure peut être immédiatement modélisée sous la forme suivante:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2 + \varepsilon$$

Lorsque γ s'écarte de zéro, la courbure par rapport à une simple relation linéaire est évidente.

1.21
résidu
différence entre une valeur observée de la variable de réponse et la valeur prévue correspondante de la variable de réponse

NOTE La valeur prévue de la variable de réponse est fondée sur un modèle théorique, dont les paramètres sont estimés à partir des données.

EXEMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ est une valeur résiduelle correspondant à l'unité expérimentale avec le facteur A fixé au niveau i et le facteur B fixé au niveau j en utilisant le modèle de l'exemple 2 donné en 1.1.

EXEMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ est une valeur résiduelle correspondant au modèle de l'exemple 3 donné en 1.1.

EXEMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ est une valeur résiduelle correspondant au modèle de l'exemple 4 donné en 1.1.

1.22
residual error
random variable representing the difference between outcomes of the response variable and the corresponding predicted response values based on an assumed model

NOTE 1 For the purpose of this definition, the term “predicted response value” is understood to be the estimated response for that treatment determined from the empirical model derived from the data of the experiment using the assumed model.

EXAMPLE If $\hat{\mu}$ and $\hat{\beta}$ were the estimators of μ and β, respectively, in the note of 1.13, then $y-\hat{\mu}-\hat{\beta}x$ is the residual error given the observed value of y at the predictor variable value of x.

NOTE 2 Residual error includes experimental error and assignable sources of variation not taken into account by the model.

NOTE 3 The variance of the “residual error” is usually estimated in an experiment by subtracting the pooled sum of squares for terms included in the assumed model from the total sum of squares and dividing by the corresponding difference in “degrees of freedom”. (See example 1 and its addenda in 3.3 and the example in 3.4.)

1.23
pure error
random variable reflecting variability associated with replicated observations at a fixed treatment combination

NOTE 1 If only the centre point in a design were replicated, then the sample variance of responses at the centre point provides an estimate of the variance of the pure error. If replicates took place at multiple treatment combinations, then an overall estimate of the variance of the pure error can be achieved by pooling the estimates at these treatment combinations.

EXAMPLE Returning to example 3 in 1.1, an estimate of the variance of pure error for fixed (i, j) is $\frac{1}{n_{ij}-1}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left(y_{ijk}-\overline{y_{ij}}\right)^2$, where $\overline{y_{ij}} = \frac{1}{n_{ij}-1}\sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}$. If replicates occurred at each (i, j) combination, a pooled estimate of the variance of pure error would be of the form $\frac{1}{N\text{ - }IJ}\sum_{i,j,k}\left(y_{ijk}-\overline{y_{ij}}\right)^2$ where i = 1, ..., I; j = 1, …, J; k = 1, ..., n_{ij}.

NOTE 2 The term pure error is used in practice in two different ways. Sometimes it refers to a population variance (σ^2) in association with a mathematical model. On other occasions, pure error refers to the “sample” or “empirical” pure error which in conjunction with the estimated residual error provides the basis for a lack of fit test of the model. Of the examples illustrating models in 1.1, only example 3 having replicates would facilitate direct estimation of the

1.22
erreur résiduelle
variable aléatoire représentant la différence entre les résultats de la variable de réponse et les valeurs prévues de réponses correspondantes sur la base d'un modèle théorique

NOTE 1 Dans cette définition, le terme «valeur prévue de réponse» s'entend comme étant la réponse du traitement estimée à partir du modèle empirique déduit des résultats de l'expérience en utilisant le modèle théorique.

EXEMPLE Si $\hat{\mu}$ et $\hat{\beta}$ étaient les estimateurs de μ et de β, respectivement, mentionnés à la note figurant sous 1.13, $y-\hat{\mu}-\hat{\beta}x$ est alors l'erreur résiduelle étant donné la valeur observée de y à la valeur de la variable de prédiction de x.

NOTE 2 L'erreur résiduelle inclut l'erreur expérimentale et les causes de variation assignables non prises en considération dans le modèle.

NOTE 3 La variance de «l'erreur résiduelle» est généralement calculée en soustrayant de la somme des carrés totale la somme des carrés imputables à chacun des termes inclus dans le modèle théorique, puis en divisant la différence ainsi obtenue par le «nombre de degrés de liberté». (Voir l'exemple 1 et son addendum donnés en 3.3 et l'exemple donné en 3.4).

1.23
erreur pure
variable aléatoire reflétant la variabilité associée aux observations répliquées pour une combinaison donnée des traitements

NOTE 1 Si seul le point central d'un plan est répliqué, la variance empirique des réponses au point central fournit une estimation de la variance de l'erreur pure. Lorsque les répliques concernent de multiples combinaisons de traitements, une estimation globale de la variance de l'erreur pure peut être réalisée par groupement des estimations en ces combinaisons multiples.

EXEMPLE En se référant à l'exemple 3 donné en 1.1, une estimation de la variance de l'erreur pure pour les valeurs (i, j) fixées est $\frac{1}{n_{ij}-1}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left(y_{ijk}-\overline{y_{ij}}\right)^2$ où $\overline{y_{ij}} = \frac{1}{n_{ij}-1}\sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}$. Lorsque les répliques se produisent à chaque combinaison (i, j), une estimation combinée de la variance de l'erreur pure peut être exprimée sous la forme $\frac{1}{N\text{ - }IJ}\sum_{i,j,k}\left(y_{ijk}-\overline{y_{ij}}\right)^2$ où i = 1, ..., I; j = 1, …, J; k = 1, ..., n_{ij}.

NOTE 2 Le terme «erreur pure» est utilisé en pratique de deux manières différentes. Parfois, il se réfère à une variance de population (σ^2) associée à un modèle mathématique. En d'autres circonstances, l'erreur pure fait référence à l'erreur pure «échantillon» ou «empirique» qui, associée à l'erreur résiduelle estimée, fournit la base d'un test d'inadéquation du modèle. Parmi les exemples qui illustrent les modèles donné en 1.1, seul l'exemple 3 pure error. From the mathematical perspective, the pure error can be construed as Var(ε_{ij}) in example 2, Var(ε_{ijk}) in example 3, and Var(ε_i) in example 4.

présentant des répliques facilite l'estimation directe de l'erreur pure. D'un point de vue mathématique, l'erreur pure peut être établie comme la valeur Var(ε_{ij}) dans l'exemple 2, la valeur Var(ε_{ijk}) dans l'exemple 3, et la valeur Var(ε_i) dans l'exemple 4.

1.24
contrast
⟨statistics⟩ linear function of the response values for which the sum of the coefficients is zero with not all coefficients equal to zero

NOTE With observations y_1, y_2, ..., y_n, the linear function $a_1y_1 + a_2y_2 + ... + a_ny_n$ is a contrast if and only if $a_1 + a_2 + ... + a_n = 0$ with not all a_i's equal to zero.

EXAMPLE 1 A factor is applied at three levels and the results are represented by y_1, y_2 and y_3. Among the many possible questions to be asked, consider the difference in responses at the first and third level of the experiment (ignoring temporarily the intermediate level). The appropriate contrast for assessing this query is given below (see question 1) and requires the values of y_1 and y_3. If the levels are equally spaced, a second question (question 2) may be asked as to whether there is evidence that the response pattern shows (a quadratic) curvature rather than a simple linear trend. Here the average of y_1 and y_3 can be compared to y_2. (If there is no curvature, y_2 should fall close to the line connecting y_1 and y_3 or, in other words, be approximately equal to their average.)

Response	y_1	y_2	y_3
Contrast coefficients for question 1	-1	0	$+1$
Contrast 1	$-y_1$		$+y_3$
Contrast coefficients for question 2	$-1/2$	$+1$	$-1/2$
Contrast 2	$-y_1/2$	$+y_2$	$-y_3/2$

This example illustrates a regression type study of continuous variables. It is frequently more convenient to use integers rather than fractions for contrast coefficients. In such a case, the coefficients for Contrast 2 would appear as (-1, $+2$, -1).

1.24
contraste
⟨statistique⟩ fonction linéaire des valeurs de réponse telle que la somme des coefficients est nulle, sans que tous les coefficients soient égaux à zéro

NOTE Les observations étant désignées par y_1, y_2, ..., y_n, la fonction linéaire $a_1y_1 + a_2y_2 + ... + a_ny_n$ est un contraste si et seulement si $a_1 + a_2 + ... + a_n = 0$, tous les a_i n'étant pas nuls.

EXEMPLE 1 Un facteur est appliqué à trois niveaux et les résultats sont représentés par y_1, y_2 et y_3. Parmi les nombreuses questions potentielles qui peuvent se poser, on peut examiner la différence de réponses aux premier et troisième niveaux de l'expérience (en ignorant temporairement le niveau intermédiaire). Le contraste approprié d'évaluation de ce problème est indiqué ci-dessous pour cette première question (question 1) et implique naturellement les valeurs de y_1 et y_3. Si les niveaux sont équidistants, une seconde question (question 2) peut être de savoir si la structure des réponses fait apparaître de façon évidente une courbure (quadratique) et non une simple tendance linéaire. Pour cela, la moyenne de y_1 et de y_3 est comparée à y_2. (S'il n'y a pas de courbure, y_2 doit tomber sur la ligne joignant y_1 et y_3 ou, en d'autres termes, être approximativement égal à leur moyenne).

Réponse	y_1	y_2	y_3
Coefficients de contraste pour la question 1	-1	0	$+1$
Contraste 1	$-y_1$		$+y_3$
Coefficients de contraste pour la question 2	$-1/2$	$+1$	$-1/2$
Contraste 2	$-y_1/2$	$+y_2$	$-y_3/2$

Cet exemple correspond à une étude de régression pour des variables continues. Il est fréquemment commode de prendre comme coefficients de contraste des nombres entiers plutôt que des fractions. Ainsi, dans le cas du contraste 2, on aurait comme coefficients de contraste (-1, $+ 2$, -1).

EXAMPLE 2 Another example dealing with discrete levels of a factor may lead to a different pair of questions. Let us suppose there are three sources of supply, one of which, A_1, uses a new manufacturing technique while the other two, A_2 and A_3, use the customary one. First, does vendor A_1 with the new technique seem to differ from A_2 and A_3 using the old one? Contrast y_1 with the average of y_2 and y_3. Second, do the two suppliers using the customary technique differ? Contrast y_2 and y_3. The pattern of contrast coefficients is similar to that for the previous problem, though the interpretation of the results will differ.

Response	y_1	y_2	y_3
Contrast coefficients for question 1	-2	$+1$	$+1$
Contrast 1	$-2y_1$	$+y_2$	$+y_3$
Contrast coefficients for question 2	0	-1	$+1$
Contrast 2		$-y_2$	$+y_3$

EXEMPLE 2 Un autre exemple, portant sur un facteur à niveaux discrets, peut conduire à une autre paire de questions. C'est le cas, par exemple, d'une fourniture provenant de trois origines dont l'une, A_1, relève d'une nouvelle technique de fabrication, les deux autres, A_2 et A_3, relevant de la technique habituelle. Tout d'abord, la fourniture A_1 — nouvelle technique — apparaît-elle comme différente de A_2 et A_3 — ancienne technique? On forme le contraste entre y_1 et la moyenne de y_2 et y_3. En second lieu, les deux fournisseurs utilisant la technique habituelle diffèrent-ils? On forme le contraste entre y_2 et y_3. Le tableau des coefficients de contraste est semblable à celui du problème précédent, mais l'interprétation des résultats est différente.

Réponse	y_1	y_2	y_3
Coefficients de contraste pour la question 1	-2	$+1$	$+1$
Contraste 1	$-2y_1$	$+y_2$	$+y_3$
Coefficients de contraste pour la question 2	0	-1	$+1$
Contraste 2		$-y_2$	$+y_3$

1.25
orthogonal contrast
set of contrasts whose coefficients satisfy the condition that, if multiplied in corresponding pairs, the sum of the products equals zero

EXAMPLE 1

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contrast 1	-1	0	$+1$
a_{i2} Contrast 2	0	-1	$+1$
$a_{i1}a_{i2}$	0	0	$+1$

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = 1$ therefore not orthogonal

EXAMPLE 2

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contrast 1	-1	0	$+1$
a_{i2} Contrast 2	-1	$+2$	-1
$a_{i1}a_{i2}$	$+1$	0	-1

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = 0$ therefore orthogonal

1.25
contraste orthogonal
ensemble de contrastes dont les coefficients satisfont à la condition que la somme des produits des coefficients qui se correspondent dans l'un et l'autre des contrastes est nulle

EXEMPLE 1

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contraste 1	-1	0	$+1$
a_{i2} Contraste 2	0	-1	$+1$
$a_{i1}a_{i2}$	0	0	$+1$

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = 1$ donc non orthogonal

EXEMPLE 2

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contraste 1	-1	0	$+1$
a_{i2} Contraste 2	-1	$+2$	-1
$a_{i1}a_{i2}$	$+1$	0	-1

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = 0$ donc orthogonal

1.26
orthogonal array
set of treatment combinations, in which for every pair of factors, each treatment combination occurs the same number of times across the possible factor levels

NOTE The associated concept of strength in relation to orthogonal arrays arises with **screening designs** (2.2), one possible use of orthogonal arrays. A design of strength d is a complete factorial design in any d factors. Strength 1 implies that the levels of each factor occur the same number of times (which is sometimes called a balanced factor). An orthogonal array has strength 2. The subset size d is known as the strength.

1.26
arrangement orthogonal
ensemble de combinaisons de traitements tel que pour chaque paire de facteurs, chaque combinaison de traitements survient le même nombre de fois pour tous les niveaux possibles de facteur

NOTE Le concept associé de robustesse est lié aux **plans de «screening»** (2.2), une parmi les utilisations possibles d'arrangements orthogonaux. Un plan de robustesse d est un plan factoriel complet dans d facteurs. La robustesse 1 implique que les niveaux de chaque facteur se produisent un nombre égal de fois (parfois appelé facteur équilibré). Un arrangement orthogonal a une robustesse de 2. La dimension d du sous-ensemble est la robustesse.

1.27
replication
performance of an experiment more than once for a given set of predictor variables

NOTE This definition is consistent with ISO 3534-1:1993, (2.90) adapted here to the experimental design context. Experimental constraints may dictate that replications take place sequentially rather than in a randomized order. Informally, such a situation would correspond to repetition, but universal concurrence on this term does not exist. Moreover, duplication, which has been defined previously in ISO 3534-3:1985, overlaps the concept underlying repetition. Hence, for purposes of this part of ISO 3534, replication will be the term involving the attainment of multiple response values for a fixed set of levels of predictor variables. Duplication and repetition are not defined here following the rationale prescribed in ISO 10241:1992[2], clause 4.

1.27
réplique
réalisation plus d'une fois d'une expérience pour un ensemble donné des variables de prédiction

NOTE Cette définition est cohérente avec l'ISO 3534-1:1993 (2.90), adaptée ici au contexte de plan d'expérience. Les contraintes expérimentales peuvent imposer que les répliques se produisent en séquence plutôt qu'en ordre aléatoire. De façon informelle, cette situation correspond à une répétition, mais ce terme n'est pas l'objet d'un consensus. De même, la réitération, qui a été définie précédemment dans l'ISO 3534-3:1985, recouvre le concept de répétition. Ainsi, pour les besoins de la présente partie de l'ISO 3534, la réplique sera le terme qui implique l'obtention de multiples valeurs de réponse pour un ensemble fixe de niveaux de variables de prédiction. La réitération et la répétition ne sont pas définies ici, suivant l'analyse prescrite dans l'ISO 10241:1992, article 4 (référence [2]).

1.28
blocking
arrangement of experimental units into relatively homogeneous blocks; within each block, the experimental error can be expected to be smaller than would be expected should a similar number of units be randomly assigned to the treatment (see 1.11, 2.3)

NOTE 1 Blocks are usually selected to allow for the effects of assignable causes, in addition to those introduced as factors to be studied (principal factors), which it may be difficult, or even impossible to keep constant for all of the experimental units in the complete experiment. The effect of these assignable causes may be minimized within blocks, thus a more homogeneous experiment sub-space is obtained. The analysis of the experimental results must account for the effect of blocking the experiment.

NOTE 2 Blocks which accommodate a complete set of treatments are called “complete blocks”. Those which accommodate only a portion of the complete set are called “incomplete blocks”. When treatments are dealt with in pairs, these pairs are blocks.

1.28
mise en blocs
disposition d'unités expérimentales dans des blocs relativement homogènes; dans chacun des blocs on peut s'attendre à ce que l'erreur expérimentale soit moindre que pour un même nombre d'unités aléatoirement affectées au traitement (voir 1.11, 2.3)

NOTE 1 Les blocs sont généralement choisis pour tenir compte, outre celles définies par les facteurs étudiés (facteurs principaux), d'autres causes assignables qu'il peut être difficile, voire impossible, de maintenir constantes sur la totalité des unités expérimentales de l'expérience complète. L'effet de ces causes assignables peut être minimisé à l'intérieur des blocs, un sous-espace expérimental plus homogène étant ainsi obtenu. L'analyse des résultats expérimentaux doit tenir compte de l'effet entraîné par la constitution de blocs.

NOTE 2 Les blocs qui contiennent l'ensemble complet des combinaisons de traitement sont appelés «blocs complets». Ceux qui n'en contiennent qu'une partie sont appelés «blocs incomplets». Lorsque des traitements sont étudiés en paires, ces paires constituent des blocs.

1.29
randomization
process used to assign treatments to experimental units so that each experimental unit has an equal chance of being assigned a particular treatment

NOTE Randomization attempts to protect against biases due to causes not taken into account explicitly in the experiment. Randomization may further reduce potential temporal or spatial effects (see ISO 3534-1:1993, 2.91).

1.29
randomisation
procédé utilisé pour affecter des traitements aux unités expérimentales de sorte que chaque unité expérimentale ait une chance égale de se voir affecter un traitement particulier

NOTE La randomisation tente de se protéger des biais dus aux causes non prises en compte de manière explicite dans l'expérience. La randomisation peut réduire davantage les effets temporels ou spatiaux potentiels (voir l'ISO 3534-1:1993, 2.91).

1.30
experimental plan
assignment of treatments to each experimental unit and the time order in which the treatments are to be applied

1.30
plan d'expérience
affectation de traitements à chaque unité expérimentale ainsi que l'ordre temporel selon lequel les traitements doivent être appliqués

1.31
designed experiment
experimental plan selected so as to meet a specified objective

NOTE The purpose of designing an experiment is to provide the most efficient and economical method of reaching valid and relevant conclusions from the experiment. The selection of an appropriate design for an experiment will depend on considerations such as the type of questions to be addressed, the degree of generality to be attached to the conclusions, the magnitude of the effect from which a high probability of detection (power) is desired, the homogeneity of the experimental units and the cost of performing the experiment. A properly designed experiment will frequently lead to relatively simple statistical analysis and interpretation of the results.

1.31
expérience planifiée
plan d'expérience choisi de manière à satisfaire à un objectif spécifié

NOTE L'objet de la planification d'une expérience est de fournir les méthodes les plus efficaces et les plus économiques permettant, à partir de cette expérience, d'obtenir des conclusions valides et adéquates. Dans une expérience particulière, le choix du plan approprié dépend de nombreuses considérations, telles que la nature des questions auxquelles on désire répondre, le degré de généralité recherché pour les conclusions, l'importance des effets pour lesquels une probabilité élevée de détection est souhaitée, l'homogénéité des unités expérimentales et le coût d'exécution de l'expérience. Une expérience convenablement planifiée conduira fréquemment à une analyse et une interprétation statistiques relativement simples des résultats.

1.32
evolutionary operation
EVOP
sequential form of experimentation conducted in production facilities during regular production

NOTE The principal purpose of an EVOP is to obtain knowledge for improving the process together with the product, and to design experiments using relatively small shifts in factor levels (within production tolerances) at a minimal cost. The range of variation of the factors for any one EVOP experiment is usually quite small in order to avoid making out-of-tolerance products, and this may require considerable replication so as to reduce the effect of random variation.

1.32
expérimentation évolutive
EVOP
forme d'expérimentation séquentielle réalisée lors de la fabrication régulière d'un produit

NOTE Les idées de base sur lesquelles repose cette forme d'expérimentation sont d'une part, que la connaissance nécessaire à l'amélioration d'un processus de fabrication s'obtient en cours de production et, d'autre part, que des expériences planifiées n'utilisant que des variations relativement faibles dans les niveaux des facteurs (à l'intérieur des tolérances de fabrication) peuvent fournir cette connaissance à un coût minimum. Dans toute expérience EVOP, l'intervalle de variation des facteurs est habituellement très faible, afin d'éviter la fabrication de produits hors tolérance, ce qui peut nécessiter de nombreuses répliques en vue de réduire l'effet des facteurs aléatoires de variation.

1.33
completely randomized design
design in which the treatments are assigned at random to the full set of experimental units

1.33
plan complètement randomisé
plan dans lequel les traitements sont affectés au hasard à l'ensemble des unités expérimentales

NOTE A completely randomized design may be appropriate only under the assumption that all of the experimental units are reasonably homogeneous (lack of systematic differences), or there is no knowledge of possible heterogeneity.

1.34
cube point
vector of factor level settings of the form (a_1, a_2, ..., a_k), where each a_i equals $+1$ or -1 as a notation for the coded levels of the factors

NOTE These points are precisely the type of points found in a two-level full or fractional factorial design (see 2.1). As many as 2^k cube points can be used in the context of a central composite design (see example 1 in 2.4).

1.35
star point
vector of factor level settings of the form (a_1, a_2, ..., a_k), where one a_i equals α or $-\alpha$ and the other a_i's equal 0, as notation for the coded levels of the factors

NOTE All star points have a single non-zero component equal to $+\alpha$ or $-\alpha$. In central composite designs, typically a total of $2k$ star points are employed.

1.36
centre point
vector of factor level settings of the form (a_1, a_2, ..., a_k), where all a_i equal 0, as notation for the coded levels of the factors

NOTE All entries of centre points are zero, so the vectors are of the form (0, 0, ..., 0) corresponding to the centre of the design in the coded variables. The number of these points, for example n_0, is chosen to achieve various objectives in response surface designs. Centre points are sometimes replicated to obtain an estimate of the pure error of the process under investigation.

1.37
rotatability
characteristic of a design for which the response that is predicted from a fitted model has the same variance at all equal distances from the centre of the design

2 Arrangements of experiments

2.1
full factorial experiment
factorial experiment
experiment consisting of all possible treatments formed from two or more factors, each being studied at two or more levels

NOTE 1 All interactions and main effects can be estimated from a factorial experiment.

NOTE 2 A factorial experiment is usually described symbolically as the product of the number of levels of each

NOTE Un plan complètement randomisé n'est approprié que sous l'hypothèse selon laquelle l'ensemble des unités expérimentales est raisonnablement homogène (absence de différences systématiques) ou si l'on manque d'information sur une éventuelle hétérogénéité.

1.34
point cubique
vecteur des valeurs de niveau des facteurs de la forme (a_1, a_2, ..., a_k), où chaque a_i est égal à $+1$ ou à -1, comme notation des codes de niveaux des facteurs

NOTE Ces points sont précisément le type de points que l'on trouve dans un plan factoriel complet ou fractionné à deux niveaux (voir 2.1). Un maximum de 2^k points cubiques peut être utilisé dans le contexte d'un plan composite central (voir l'exemple 1 donné en 2.4).

1.35
point étoile
vecteur des valeurs de niveau des facteurs de la forme (a_1, a_2, ..., a_k), où un élément a_i est égal à α ou $-\alpha$ et les autres éléments a_i sont égaux à 0, comme notation des codes de niveaux des facteurs

NOTE Tous les points étoile ont une seule composante non nulle unique égale à $+\alpha$ ou à $-\alpha$. Les plans composites centraux utilisent un total de $2k$ points étoile.

1.36
point central
vecteur des valeurs de niveau des facteurs de la forme (a_1, a_2, ..., a_k), où tous les éléments a_i sont nuls, comme notation des codes de niveaux des facteurs

NOTE Toutes les entrées des point centraux étant nulles, les vecteurs sont de la forme (0, 0, ..., 0) correspondant au point central du plan des variables codées. Le nombre de ces points, à savoir n_0, est choisi de manière à atteindre différents objectifs des plans à surface de réponse. Les point centraux sont parfois répliqués afin d'obtenir une estimation de l'erreur pure du processus analysé.

1.37
rotativité
caractéristique d'un plan pour lequel la réponse prévue à partir d'un modèle ajusté a la même variance à des distances égales du point central du plan

2 Dispositifs expérimentaux

2.1
plan factoriel complet
plan factoriel
plan composé de tous les traitements potentiels formés de deux facteurs ou plus, chacun étant étudié à deux niveaux ou plus

NOTE 1 Tous les effets principaux et autres interactions peuvent être estimés à partir d'un plan factoriel.

NOTE 2 Un plan factoriel est généralement représenté symboliquement par le produit du nombre de niveaux de factor. For example, an experiment based on 3 levels of factor A, 2 levels of factor B and 4 levels of factor C would be referred to as a $3 \times 2 \times 4$ factorial. The product of these numbers indicates the number of treatments.

NOTE 3 When a factorial experiment includes factors all having the same number of levels, the description is usually given in terms of the number of levels raised to a power equal to the number of factors, k. Thus, an experiment with two factors each at three levels would be referred to as a 3^2 factorial (k being equal to 2) and requires 9 experimental units which are given different treatments.

NOTE 4 Full factorial designs are sometimes referred to as crossed designs.

chaque facteur. Par exemple, un plan faisant intervenir trois niveaux du facteur A, deux niveaux du facteur B et quatre niveaux du facteur C sera référencé comme plan factoriel $3 \times 2 \times 4$. Le produit donne le nombre total de traitements.

NOTE 3 Lorsque, dans un plan factoriel, tous les facteurs ont le même nombre de niveaux, la définition du plan est généralement donnée sous la forme du nombre de niveaux élevé à une puissance égale au nombre k de facteurs. Ainsi pour un plan où deux facteurs sont étudiés, chacun à trois niveaux, on obtient un plan factoriel 3^2 (k étant égal à 2) comportant 9 unités expérimentales qui reçoivent différents traitements.

NOTE 4 On désigne parfois les plans factoriels complets par le terme «plans croisés».

2.1.1
fractional factorial experiment
experiment consisting of a subset of the full factorial experiment

NOTE Typically, the fraction is a simple proportion of the full set of possible treatment combinations. For example, half-fractions, quarter-fractions, and so forth are common.

2.1.1
plan factoriel fractionné
plan consistant en un sous-ensemble du plan factoriel complet

NOTE La fraction type est une simple partie de l'ensemble complet des combinaisons possibles de traitements. Par exemple, les demi-fractions, les quarts de fraction, etc. sont courantes.

2.1.2
two-level experiment
experiment in which all factors assume two levels

2.1.2
plan à deux niveaux
plan dans lequel tous les facteurs comportent deux niveaux

2.1.2.1
2^k factorial experiment
factorial experiment in which k factors are studied, each of them at two levels

EXAMPLE A 2^4 factorial experiment may be appropriate for investigating the effect of four factors on the process yield: pressure, temperature, catalyst and operator. Let A be the pressure (low or high), B be the factor temperature (low or high), C represent the catalyst (presence or absence) and D correspond to the operator (one of two).

Experimental unit	Treatment	A	B	C	D
1	(1)	−	−	−	−
2	a	+	−	−	−
3	b	−	+	−	−
4	ab	+	+	−	−
5	c	−	−	+	−
6	ac	+	−	+	−
7	bc	−	+	+	−
8	abc	+	+	+	−
9	d	−	−	−	+
10	ad	+	−	−	+
11	bd	−	+	−	+
12	abd	+	+	−	+
13	cd	−	−	+	+
14	acd	+	−	+	+
15	bcd	−	+	+	+
16	abcd	+	+	+	+

2.1.2.1
plan factoriel 2^k
plan factoriel dans lequel on étudie k facteurs, chacun comportant deux niveaux

EXEMPLE Un plan factoriel 2^4 peut être approprié à l'étude de l'effet sur le résultat du processus comme fonction des quatre facteurs pression, température, catalyseur et opérateur. Supposons que A est la pression (basse ou élevée), B est la température (basse ou élevée), C représente le catalyseur (présence ou absence) et D correspond à l'opérateur (un sur deux).

Unité experimentale	Traitement	A	B	C	D
1	(1)	−	−	−	−
2	a	+	−	−	−
3	b	−	+	−	−
4	ab	+	+	−	−
5	c	−	−	+	−
6	ac	+	−	+	−
7	bc	−	+	+	−
8	abc	+	+	+	−
9	d	−	−	−	+
10	ad	+	−	−	+
11	bd	−	+	−	+
12	abd	+	+	−	+
13	cd	−	−	+	+
14	acd	+	−	+	+
15	bcd	−	+	+	+
16	abcd	+	+	+	+

A 2^4 experiment consists of 16 different treatments, as listed in the table above. The symbols "−" and "+" denote the two possible levels for each factor. Frequently, minus refers to a low level of a factor, while plus implies the high level; however, the specification of symbols to levels is arbitrary.

The order presented in the table above is known as **standard Yates' order**, which may be useful at the analysis stage. The actual order in which these treatments are performed should be determined by **randomization** (1.29). The first factor A is listed with alternating signs (−, +, −, +, and so forth). The second factor B alternates two minuses and two pluses. Factor C alternates sets of four minuses and four pluses. Finally, factor D is set at minus for experimental units 1 through 8, and plus for experimental units 9-16. In the latter part of this part of ISO 3534, the minus will be designated as −1 and the plus as +1.

The second column of the table above illustrates a shorthand notation for describing treatments. The presence of a lower-case letter indicates that the level of the corresponding upper-case factor is at the high level; furthermore, absence of a letter implies the corresponding factor is at the low level. The case in which all factors are at the low level is denoted "(1)".

A full factorial experiment allows the estimation of all main effects and interactions. In the 2^4 example, there are four main effects (A, B, C, D), six two-way (first-order) interactions (AB, AC, AD, BC, BD, CD), four three-way (second-order) interactions (ABC, ABD, ACD, BCD) and one four-way (third-order) interaction (ABCD).

Each of the effects (for example, effect due to A, interaction between A and B, even four-way interaction among A, B, C and D), can be estimated using the contrast coefficients. This aspect will be discussed in 3.3.

2.1.2.2
2^{k-p} fractional factorial experiment

experiment which uses a carefully selected subset (2^{-p}) of a 2^k full factorial experiment

NOTE 1 For a large number of factors, 2^k may require more treatments than feasibly possible. Through careful selection, nearly the same amount of information can be obtained from the fractional factorial experiment as the full factorial experiment. In particular, the selection is made so that effects and interactions that are expected to be of practical importance are confounded only with interactions expected to be negligible.

NOTE 2 For p equal to 1, the resulting fractional factorial experiment is a **half-fraction**; for p equal to 2, the resulting fractional factorial experiment is a **quarter-fraction**; and so forth.

Un plan 2^4 se compose de 16 traitements différents, comme énumérés dans le tableau ci-dessus. Les symboles «−» et «+» illustrent les deux niveaux possibles pour chaque facteur. Le moins fait fréquemment référence à un niveau inférieur de facteur, alors que le plus implique le niveau supérieur; cependant, la spécification des symboles par rapport aux niveaux est arbitraire.

L'ordre présenté dans le tableau est connu sous le vocable «ordre normal de Yates», qui peut être utile lors de l'analyse. Il convient de déterminer l'ordre dans lequel ces traitements sont effectués par **randomisation** (1.29). Le premier facteur A est caractérisé par une suite de signes alternatifs (−, +, −, +, etc.). Le second facteur B alterne deux moins et deux plus. Le facteur C alterne des ensembles de quatre moins et de quatre plus. Enfin, le facteur D est négatif pour les unités expérimentales 1 à 8, et positif pour les unités expérimentales 9 à 16. Dans les paragraphes suivants de la présente partie de l'ISO 3534, les moins seront considérés comme −1 et les plus comme +1.

La seconde colonne du tableau ci-dessus illustre une notation abrégée de la description des traitements. La lettre minuscule indique que le niveau du facteur en majuscule correspondant est supérieur; de même, l'absence de lettre implique que le facteur correspondant est au niveau inférieur. Le cas pour lequel tous les facteurs se situent au niveau inférieur est indiqué par «(1)».

Un plan factoriel complet permet l'estimation de tous les effets principaux et interactions. Dans l'exemple 2^4, il y a quatre effets principaux (A, B, C, D), six interactions à deux entrées (de premier ordre) (AB, AC, AD, BC, BD, CD), quatre interactions à trois entrées (de second ordre) (ABC, ABD, ACD, BCD) et une interaction à quatre entrées (de troisième ordre) (ABCD).

Chacun des effets (par exemple, effet dû à A, interaction entre A et B, et même l'interaction à quatre entrées entre A, B, C et D), est immédiatement estimé en utilisant les coefficients de contraste. Cet aspect sera traité en 3.3.

2.1.2.2
plan factoriel fractionné 2^{k-p}

plan qui utilise un sous-ensemble soigneusement choisi (2^{-p}) d'un plan factoriel complet 2^k

NOTE 1 Pour un grand nombre de facteurs, 2^k peut nécessiter plus de traitements que ne le permettent les ressources. Par un choix judicieux, une quantité presque équivalente d'informations peut être obtenue à partir du plan factoriel fractionné par rapport au plan factoriel complet. En particulier, le choix est effectué de sorte que les effets et les interactions dont on s'attend à ce qu'ils revêtent une importance pratique ne soient confondus qu'avec les interactions supposées négligeables.

NOTE 2 Pour p égal à 1, le plan factoriel fractionné résultant est une **demi-fraction**; pour p égal à 2, le plan factoriel fractionné résultant est un **quart de fraction**, et ainsi de suite.

NOTE 3 A 2^{k-p} fractional factorial experiment is constructed by considering the k factors to be in two groups, a primary one with $k-p$ factors and a secondary one with p factors. The $k-p$ factors in the primary group are allocated to a full factorial with 2^{k-p} experimental units which are the number of experimental units of the design. The levels of each of the factors of the secondary group for each experimental unit are defined in terms of levels of factors of the primary group. The set of p equations that define the factors of the secondary group in terms of the factors of the primary group is called the **generating relation**, because it generates the design. The p equations of the generating relation can be used to calculate the $2^{k-p}-1$ equations of the **defining relation** that define the properties of the design.

EXAMPLE Consider an experiment with 6 factors and with 16 treatments. This suggests a 2^{6-2} fractional factorial design. Four factors (A, B, C and D) can be set as if a full factorial experiment were to be run. The other two factors E and F can be set in terms of the levels of A, B, C and D. One possible specification is from the generating relations E = ABC and F = BCD. (Note that the four letter sequences or character strings ABCE and BCDF arising from this construction are known as words; for example ABC is a three-letter word, ACDEG is a five-letter word, and so forth.) Using the $+1$, -1 designations for levels of factors, the levels of A, B and C determine (through the product ABC) the corresponding level of E. Moreover, the levels of B, C and D determine the level of F (through the product BCD). For example, for experimental unit number 1, A through D are shown in the table of the example in 2.1.2.1. E and F are also run at the low levels for experimental unit 1. Main effect E is aliased with the three-way interaction ABC, and main effect F is aliased with the three-way interaction BCD. The complete alias or confounding structure can be deduced from the defining relation I = ABCE = BCDF = ADEF.

2.1.3
design resolution

length of the shortest character string in the defining relation

NOTE 1 The design resolution provides a description of the extent of the aliasing in a particular design. The numerical length is generally given by upper case Roman numerals. The three most common practical situations are resolutions III, IV and V.

For a **resolution III** design, the shortest character string (aside from “I”) is 3, which implies that for this design, main effects are not aliased with other main effects. At least one main effect is aliased with a two-way interaction.

For a **resolution IV** design, main effects are not aliased with other main effects or with any two-way interactions. At least one two-way interaction is aliased with another two-way interaction.

NOTE 3 Un plan factoriel fractionné 2^{k-p} est établi en considérant que les facteurs k sont répartis en deux groupes, un groupe principal composé des facteurs $k-p$, et un groupe secondaire composé des facteurs p. Les facteurs $k-p$ du groupe principal sont affectés à un plan factoriel complet avec 2^{k-p} unités expérimentales qui sont le nombre d'unités expérimentales du plan. Les niveaux de chacun des facteurs du groupe secondaire sur chaque unité expérimentale sont définis en termes des niveaux des facteurs du groupe principal. L'ensemble de p équations qui définit les facteurs du groupe secondaire en termes de facteurs du groupe principal est appelé **relation de génération** du fait qu'elle génère le plan. Les p équations de la relation de génération peuvent être utilisées pour calculer les $2^{k-p}-1$ équations de la **relation de définition** qui définit les propriétés du plan.

EXEMPLE On envisage un plan avec 6 facteurs et avec 16 traitements, ce qui suggère un plan factoriel fractionné 2^{6-2}. Quatre facteurs (A, B, C et D) peuvent être fixés comme si un plan factoriel complet devait être réalisé. Les deux autres facteurs E et F peuvent être fixés en termes des niveaux de A, B, C et D. Une spécification possible provient des relations de génération E = ABC et F = BCD. (Noter que les séquences de quatre lettres ou chaînes de caractères ABCE et BCDF provenant de cette construction sont appelés termes; ainsi, ABC est un terme de trois lettres, ACDEG est un terme de cinq lettres, etc.). En utilisant les désignations $+1$, -1 pour les niveaux des facteurs, les niveaux de A, B et C déterminent (par l'intermédiaire du produit ABC) le niveau correspondant de E. De même, les niveaux de B, C et D déterminent le niveau de F (par l'intermédiaire du produit BCD). Par exemple, pour l'unité expérimentale numéro 1, les valeurs de A à D sont indiquées dans le tableau de l'exemple donné en 2.1.2.1. E et F sont également réalisées au niveau inférieur dans l'unité expérimentale 1. L'effet principal E est confondu avec l'interaction à trois entrées ABC et l'effet principal F est confondu avec l'interaction à trois entrées BCD. La relation de définition I = ABCE = BCDF = ADEF peut être utilisée pour déduire l'aliase complète ou la structure de concomitance.

2.1.3
résolution de plan

longueur du terme le plus court de la relation de définition

NOTE 1 La résolution de plan fournit une description de l'étendue de l'aliase dans un plan particulier. La longueur numérique est généralement donnée par des chiffres romains. Les trois situations pratiques les plus courantes sont les résolutions III, IV et V.

Pour un plan de **résolution III**, le terme le plus court (autre que «I») est 3, ce qui implique que pour ce plan, les effets principaux ne sont pas confondus avec d'autres effets principaux. Au moins un effet principal est confondu avec une interaction à deux entrées.

Pour un plan de **résolution IV**, les effets principaux ne sont pas confondus avec d'autres effets principaux ou interactions à deux entrées. Au moins une interaction à deux entrées est confondue avec une autre interaction à deux entrées.

For a **resolution V** design, main effects and two-way interactions are not aliased with any other main effects or with any other two-way interactions.

NOTE 2 The higher the resolution, the more effects (main or interactions) can be estimated unambiguously. Given a choice of two potential designs involving the same number of factors and experimental units, the design with the higher resolution should be selected. Fortunately, for most cases of k and p of practical interest, the most appropriate defining relations are recorded (see, for example, reference [3], p. 410).

EXAMPLE The example in 2.1.2.2 is continued. The design resolution for this 2^{6-2} fractional factorial design is to be obtained from its defining relation. More precisely, the design resolution is the length of the shortest word or character string (aside from "I") in the defining relation. Using the conventions IA = AI = A, IB = BI = B, $I = A^2 = B^2 = C^2$ and so forth, the generating relation E = ABC is equivalent to EE = ABCE, which in turn is equivalent to I = ABCE. Similarly, F = BCD leads to I = BCDF. The defining relation is completed by evaluating the generalized interaction ABCE $\times$ BCDF = ADEF. Hence, the defining relation is I = ABCE = BCDF = ADEF. The shortest word (other than I), has a length of four, therefore the resolution is IV.

NOTE 3 Design generators are commonly referred to as Box-Hunter generators, although this concept can be traced to earlier work.

2.2
screening design
experiment intended to identify a subset of the collection of factors for subsequent study

NOTE 1 Such experiments generally focus on the investigation of main effects, with the presence of interactions leading to complications in the analysis, and possibly the need for additional runs to resolve ambiguities.

EXAMPLE 1 The 2^{k-p} fractional factorial designs (especially those that are highly fractionated) in 2.1.2.2 can be viewed as screening designs.

EXAMPLE 2 Plackett and Burman [4] proposed a collection of two-level screening designs with the number of treatments a multiple of four. Their designs are commonly chosen for situations in which the number of main effects under investigation approaches the number of treatments (unreplicated) allowed. For example, the 12 treatment Plackett-Burman design given below can be used to screen for as many as 11 main effects. For this design the presence of two-way interactions (for example, AB) can influence the estimation of main effects C, D, ..., K.

Pour un plan de **résolution V**, les effets principaux et les interactions à deux entrées ne sont pas confondus avec tous les autres effets principaux ou toutes les interactions à deux entrées.

NOTE 2 Plus la résolution est élevée, et plus les effets (principaux ou interactions) peuvent être estimés de manière non ambiguë. En présence d'un choix entre deux plans potentiels faisant intervenir le même nombre de facteurs et d'unités expérimentales, il convient de choisir le plan ayant la résolution la plus élevée. Heureusement, pour la plupart des cas de k et de p ayant un intérêt pratique, les relations de définition les mieux appropriées sont disponibles (voir, par exemple, la référence [3], p. 410).

EXEMPLE L'exemple donné en 2.1.2.2 est poursuivi. La résolution de plan pour ce plan factoriel fractionné 2^{6-2} peut être obtenue à partir de sa relation de définition. Plus précisément, la résolution de plan est la longueur du terme ou chaîne de caractères le plus court (autre que «I») de la relation de définition. Utilisant les conventions IA = AI = A, IB = BI = B, $I = A^2 = B^2 = C^2$ etc., la relation de génération E = ABC est équivalente à EE = ABCE, qui elle-même est équivalente à I = ABCE. De même, F = BCD entraîne I = BCDF. La relation de définition est complétée par l'évaluation de l'interaction généralisée ABCE $\times$ BCDF = ADEF. Ainsi, la relation de définition est I = ABCE = BCDF = ADEF. Le terme le plus court (autre que I) ayant une longueur de quatre, la résolution est donc IV.

NOTE 3 Les générateurs de plans sont généralement appelés des générateurs de type Box-Hunter, bien que leur origine remonte à des travaux précédents.

2.2
plan de «screening»
plan destiné à identifier un sous-ensemble du recueil de facteurs pour étude ultérieure

NOTE 1 Ces plans se concentrent généralement sur l'analyse des effets principaux, la présence d'interactions entraînant des complications dans l'analyse, ainsi qu'à la nécessité potentielle d'autres réalisations afin de résoudre les ambiguïtés.

EXEMPLE 1 Les plans factoriels fractionnés 2^{k-p} (particulièrement ceux à fractionnement élevé) cités en 2.1.2.2 peuvent être considérés comme des plans de «screening».

EXEMPLE 2 Plackett et Burman (voir la référence [4]) ont proposé un recueil de plans de screening à deux niveaux avec un nombre de traitements multiple de quatre. Leurs plans sont couramment choisis pour les situations dans lesquelles le nombre des effets principaux analysés avoisine le nombre de traitements (non répliqués) permis. Par exemple, le plan Plackett-Burman à 12 traitements donné ci-dessous peut être utilisé pour sélectionner 11 effets principaux. Pour ce plan, la présence d'interactions à deux entrées (par exemple, AB) peut influencer l'estimation des effets principaux C, D, ..., K.

Run Réalisation	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	+	−	+	−	−	−	+	+	+	−	+
2	+	+	−	+	−	−	−	+	+	+	−
3	−	+	+	−	+	−	−	−	+	+	+
4	+	−	+	+	−	+	−	−	−	+	+
5	+	+	−	+	+	−	+	−	−	−	+
6	+	+	+	−	+	+	−	+	−	−	−
7	−	+	+	+	−	+	+	−	+	−	−
8	−	−	+	+	+	−	+	+	−	+	−
9	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−	+
10	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−
11	−	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+
12	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−	−

NOTE 2 Many of the Plackett-Burman designs are related to Hadamard matrices, developed originally in a theoretical context, but later recognized to be useful in experimental designs. The Hadamard matrices are readily constructed from the knowledge of a single column (or equivalently, row) alone. As one possible construction, let the bottom row consist solely of minus signs. The remaining column entries are obtained from the first column by shifting it to the right and dropping it one row, the eleventh entry moving up to position one. This procedure is continued across the columns until the matrix is completed. Examples of some of these matrices are given below. For each construction, it is sufficient to indicate the location of plus signs in the first column.

n	rows in column one containing plus sign
12	1,2,4,5,6,10
20	1,2,5,6,7,8,10,12,17,18
24	1,2,3,4,5,7,9,10,13,14,17,19

Note that the rows indicated above for n = 12 agree with the design detailed in example 2. Many of the Plackett-Burman designs can be constructed in this general fashion using the elements of a single column as the basis. The cases with n = 28, 52, 76, 92 and 100 are not as easily constructed. For details, see reference [5].

NOTE 3 G. Taguchi has popularized the use of Plackett-Burman designs, adopting some abbreviated conventions: array L12 is equivalent to the Plackett-Burman 12 treatment design given above. L20 is equivalent to the Plackett-Burman 20 treatment design. As a word of caution, the L array convention typically gives the entries of the design matrix in a different order than that provided by the Hadamard construction.

NOTE 4 Plackett-Burman designs can be adapted for use in the supersaturated setting (more factors than experimental treatments). For details, see references [6] and [7].

NOTE 2 Bon nombre de plans Plackett-Burman sont liés aux matrices de Hadamard, développées à l'origine dans un contexte théorique, mais reconnues ultérieurement utiles pour les plans d'expérience. Les matrices de Hadamard sont élaborées à partir d'une seule colonne (ou rangée). Une construction possible consiste à laisser la ligne inférieure se composer uniquement de signes moins. Les entrées des colonnes restantes sont obtenues en déplaçant la première colonne vers la droite et en l'abaissant d'une rangée, la onzième entrée se plaçant à la première position. Cette procédure se continue pour toutes les colonnes jusqu'à ce que la matrice soit complétée. Des exemples de certaines matrices sont donnés ci-dessous. Pour la construction, il suffit d'indiquer l'emplacement des signes + dans la première colonne.

n	lignes de la première colonne contenant le signe +
12	1,2,4,5,6,10
20	1,2,5,6,7,8,10,12,17,18
24	1,2,3,4,5,7,9,10,13,14,17,19

Noter que les lignes indiquées ci-dessus pour n = 12 concordent avec le plan détaillé dans l'exemple 2. Bon nombre de plans Plackett-Burman peuvent être élaborés selon ce modèle général en utilisant les éléments d'une seule colonne comme base. Les cas n = 28, 52, 76, 92 et 100 ne se construisent pas avec la même facilité. Pour les détails, voir la référence [5].

NOTE 3 G. Taguchi a popularisé l'utilisation des plans Plackett-Burman, en adoptant certaines conventions d'abréviations: l'arrangement L12 est équivalent au plan 12 Plackett-Burman donné ci-dessus. L20 est équivalent au plan 20 Plackett-Burman. À titre d'avertissement, la convention de rangée L donne typiquement les entrées de la matrice de plan dans un ordre différent de celui fourni par la construction de Hadamard.

NOTE 4 Les plans Plackett-Burman peuvent être adaptés à une utilisation dans la réalisation supersaturée (plus de facteurs que d'expériences). Pour les détails, voir les références [6] et [7].

2.3
block design
experimental design that takes explicit advantage of known homogeneity of subsets of the experimental units

NOTE Inhomogeneity among experimental units, if ignored in experimental design, can reduce the amount of information obtained from the experiment by increasing the observed variation. Accounting for this situation in the design can increase the experiment's capability of meeting the design objective.

2.3.1
randomized block design
experimental design consisting of n blocks with p treatments assigned via randomization to the experimental units within each block

NOTE The randomized block design is one in which the experimental units are grouped into blocks, the units within each block being more homogenous than units in different blocks. Within each block the treatments are randomly allocated to the experimental units within it. The relative effects of the treatments can be effectively estimated without interference from the effects due to the various blocks.

2.3.2
Latin square design
design involving three factors, each having h levels, in which the combination of the levels of any one of the factors with the levels of the other two appears once and only once in an experiment of size h^2

NOTE 1 A Latin square design involves three factors, a principal factor associated with the treatment and two secondary factors associated with block effects, all factors having the same number of levels. There are h^2 ($h \geqslant 2$, h is a positive integer) experimental units classified according to two block factors (row factor and column factor). There are h levels of the principal factor that are allocated to the h^2 experimental units at random in such a manner that every row and every column contains each treatment level precisely once. A Latin square design is thus an extension of the randomized block design to include two blocking variables (or sources of external variation). A restriction to this setup is that the number of levels of the principal factor and the block factor must be the same.

EXAMPLE Three 4×4 Latin squares are given below, each one of which can provide the basis of a Latin Square design. The four rows provide the levels for one block factor and the four columns provide the levels for the second block factor. The four treatment levels of the principal factor are A, B, C and D.

A B C D	A B C D	A B C D
B A D C	D C B A	C D A B
C D A B	B A D C	D C B A
D C B A	C D A B	B A D C

2.3
plan en blocs
plan d'expérience qui tire avantage de la connaissance de l'homogénéité de sous-ensembles des unités expérimentales

NOTE La non-homogénéité des unités expérimentales, si elle est ignorée dans les plans d'expérience, peut réduire la valeur informative de l'expérience en augmentant la variation observée. Le fait de tenir compte de cette situation dans le plan peut accroître la capacité de l'expérience à satisfaire l'objectif du plan.

2.3.1
plan en blocs randomisés
plan d'expérience consistant en n blocs soumis à p traitements affectés par randomisation aux unités expérimentales de chaque bloc

NOTE Le plan en blocs randomisés est un plan dans lequel les unités expérimentales sont regroupées en blocs, les unités de chaque bloc étant plus homogènes que les unités de blocs différents. Dans chaque bloc, les traitements sont affectés de manière aléatoire aux unités expérimentales de chaque bloc. Les effets relatifs des traitements peuvent être estimés de manière effective sans interférence des effets dus aux différents blocs.

2.3.2
plan en carré latin
plan faisant intervenir trois facteurs, chacun ayant h niveaux, dans lequel la combinaison des niveaux de l'un des facteurs avec les niveaux des deux autres apparaît une fois et une fois, seulement, dans une expérience de dimensions h^2

NOTE 1 Un plan en carré latin fait intervenir trois facteurs, un facteur principal associé au traitement et deux facteurs secondaires associés aux effets de bloc, tous les facteurs ayant le même nombre de niveaux. Il existe h^2 ($h \geqslant 2$, un nombre entier positif) unités expérimentales classées selon deux facteurs de blocs (facteur ligne et facteur colonne). Il existe h niveaux du facteur principal affectés de manière aléatoire aux h^2 unités expérimentales de sorte que chaque ligne et chaque colonne contienne chaque niveau de traitement précisément une fois. Un plan en carré latin est ainsi une extension du plan en blocs randomisés afin d'inclure deux variables de blocs (ou sources de variation externe). La restriction qui s'impose à cette configuration est le fait que le nombre de niveaux du facteur principal et du facteur de bloc doit être le même.

EXEMPLE Trois carrés latins 4×4 sont donnés ci-dessous, chacun pouvant servir de base à un plan en carré latin. Les quatre lignes donnent les niveaux d'un facteur de bloc et les quatre colonnes donnent les niveaux du second facteur de bloc. Les quatre niveaux de traitement du facteur principal sont A, B, C et D.

A B C D	A B C D	A B C D
B A D C	D C B A	C D A B
C D A B	B A D C	D C B A
D C B A	C D A B	B A D C

NOTE 2 Latin square designs are generally used to eliminate two distinct block effects, not of primary interest in the experiment, by “balancing out” their contributions. See **blocking** (1.28). The blocks are customarily identified with the rows and columns of the square. For example, the rows may be days and the columns, operators. The number of levels (h) of the principal factor and of each of the block factors has to be the same. Randomization can be achieved by randomly assigning the levels of the principal factor to the letters, randomly selecting a Latin square from the listings or by the procedures described in *Statistical Tables*[8] and assigning the levels of the block factors at random to the rows and columns of the square. [There are 1 (2×2); 12 (3×3); 576 (4×4); 161 280 (5×5) Latin squares. Of these, there are: 1 (2×2); 1 (3×3); 4 (4×4); 56 (5×5) “standard” Latin squares in which the first row and first column are in alphabetical order and from which the other Latin squares can be derived by permuting the rows and columns.]

NOTE 3 A basic assumption is that these block factors do not interact (cause differential effects) with the principal factor under study, or among themselves. If this assumption is not valid, the measure of residual error is increased and the effect of the factor confounded with such interactions. When assumptions are valid, the design is particularly useful in minimizing the amount of experimentation. Sometimes other principal factors are used in the block positions so that there may be three principal factors without any block factors. This is equivalent to a fractional factorial experiment with the assumption of no interactions. Some designs of fractional factorial experiments form Latin squares and it may be more desirable to approach the problem from the fractional factorial experiment viewpoint in order to more fully understand the assumptions being made concerning interactions.

2.3.3
Graeco-Latin square design

design involving four factors, each at h levels, in which the combination of the levels of any one of the factors with the levels of the other three factors appears once and only once in an experiment of size h^2

NOTE 1 A Graeco-Latin square design involves four factors and there are h^2 ($h \geqslant 3$, a positive integer) experimental units classified according to three block factors (for example, row factor, column factor and Greek letter) each factor having h levels. There are h levels of the principal factor which are allocated to the h^2 experimental units at random in such a manner that each treatment appears in every row and column precisely once and also appears with a Greek letter precisely once.

NOTE 2 Les plans en carré latin sont généralement utilisés pour éliminer deux effets blocs distincts, sans intérêt essentiel dans l'expérience, en «équilibrant» leurs contributions. Voir **mise en blocs** (1.28). Les blocs sont généralement identifiés aux lignes et colonnes du carré. Par exemple, les lignes peuvent représenter des journées et les colonnes des opérateurs. Le nombre de niveaux (h) du facteur principal et de chacun des facteurs blocs doit être identique. La randomisation peut s'effectuer en attribuant au hasard les niveaux du facteur principal aux lettres puis en choisissant de manière aléatoire un carré latin dans les listes ou selon les procédures décrites dans les *Tables statistiques* [8], enfin en affectant au hasard les niveaux des facteurs blocs aux lignes et colonnes du carré. [Il y a: 1 carré (2×2); 12 carrés (3×3); 576 carrés (4×4); 161 280 carrés (5×5). Parmi ceux-ci, il y a: 1 carré (2×2); 1 carré (3×3); 4 carrés (4×4), 56 carrés (5×5) dits carrés latins «standard» dans lesquels la première ligne et la première colonne suivent l'ordre alphabétique et à partir desquels d'autres carrés latins peuvent être obtenus par permutation des lignes et des colonnes.]

NOTE 3 Une hypothèse de base est que ces facteurs blocs n'ont pas d'interaction (n'entraînent pas d'effets différentiels), ni avec le facteur principal étudié, ni entre eux. Si cette hypothèse n'est pas réalisée, l'importance de l'erreur résiduelle se trouve accrue et l'effet du facteur se trouve confondu avec des interactions. Lorsque l'hypothèse est satisfaite, le plan est particulièrement utile pour réduire la dimension de l'expérience. Parfois ce sont d'autres facteurs principaux que l'on place dans les positions blocs, de sorte qu'il peut y avoir trois facteurs principaux sans aucun facteur bloc. Cette disposition est équivalente à un plan factoriel fractionné, sous l'hypothèse qu'il n'y a pas d'interaction. Certains plans factoriels fractionnés constituent des carrés latins et il peut être préférable d'aborder le problème du point de vue «factoriel fractionné», afin de comprendre les hypothèses relatives aux interactions.

2.3.3
plan en carré gréco-latin

plan faisant intervenir quatre facteurs, chacun ayant h niveaux, dans lesquels la combinaison des niveaux de chaque facteur avec les niveaux des trois autres apparaît une fois, et une fois seulement, dans une expérience de dimensions h^2

NOTE 1 Un plan en carré gréco-latin fait intervenir quatre facteurs et les unités expérimentales h^2 ($h \geqslant 3$, nombre entier positif), sont classées selon trois facteurs blocs (par exemple, facteur ligne, facteur colonne et lettre grecque), chaque facteur ayant h niveaux. Il existe h niveaux du facteur principal affectés aux unités expérimentales h^2 de manière aléatoire de sorte que chaque traitement apparaît une seule fois dans chaque ligne et colonne et apparaît également une seule fois avec une lettre grecque.

NOTE 2 Two Latin squares are said to be orthogonal, if each letter in one square coincides exactly once with each letter of the other square. Pairs of Latin square designs that are orthogonal can be combined to produce Graeco-Latin square designs.

NOTE 3 Graeco-Latin square designs allow the incorporation of three blocking variables, all of which have the same number of levels as the number of levels of the principal factor.

EXAMPLE An example of a 4 × 4 Graeco-Latin Square is as follows:

$$\begin{matrix} A\alpha & B\beta & C\gamma & D\delta \\ B\delta & A\gamma & D\beta & C\alpha \\ C\beta & D\alpha & A\delta & B\gamma \\ D\gamma & C\delta & B\alpha & A\beta \end{matrix}$$

Factor 1 is given by the rows. Factor 2 is given by the columns. Factor 3 is represented by the Greek letters. The principal (and fourth) factor is represented by the Latin letters.

NOTE 2 Deux carrés latins sont dits orthogonaux lorsque chaque lettre d'un carré coïncide exactement une fois avec chaque lettre de l'autre carré. Les paires de plans en carré latin orthogonaux peuvent être combinées pour produire des plans en carré gréco-latin.

NOTE 3 Les plans en carré gréco-latin permettent d'intégrer trois variables de bloc, dont toutes ont le même nombre de niveaux que le nombre de niveaux du facteur principal.

EXEMPLE Voici un exemple de carré gréco-latin 4 × 4:

$$\begin{matrix} A\alpha & B\beta & C\gamma & D\delta \\ B\delta & A\gamma & D\beta & C\alpha \\ C\beta & D\alpha & A\delta & B\gamma \\ D\gamma & C\delta & B\alpha & A\beta \end{matrix}$$

Le facteur 1 est donné par les lignes. Le facteur 2 est donné par les colonnes. Le facteur 3 est représenté par les lettres grecques. Le facteur principal (et 4e) est représenté par les lettres latines.

2.3.4
incomplete block design
design in which the experimental units are subdivided into blocks which are insufficient to run a complete set of treatments of the experiment

NOTE In effect, a **randomized block design** (2.3.1) can be construed as a “complete” block design emphasizing that a sufficient number of experimental units are available within each block to accommodate the number of treatments.

2.3.4
plan en blocs incomplets
plan dans lequel les unités expérimentales sont divisées en blocs insuffisants pour effectuer un ensemble complet de traitements de l'expérience

NOTE En effet, le **plan en blocs randomisés** (2.3.1) peut être construit comme un plan en blocs complet, en soulignant qu'un nombre suffisant d'unités expérimentales est disponible dans chaque bloc pour convenir au nombre de traitements.

2.3.4.1
balanced incomplete block design
BIBD
incomplete block design in which each block contains the same number k of different levels from the l levels of the principal factor arranged so that every pair of levels occurs in the same number λ of blocks from the b blocks

NOTE 1 The term “balanced” refers to consistent number of pairings, “incomplete” refers to the inability to examine every level of the principal factor in each block, and “block” refers to the strategy of conducting the experiments on homogeneous sets of experimental units.

EXAMPLE 1 Consider a situation with 4 treatments and 6 blocks, 2 treatments per block (l = 4, k = 2, b = 6, λ = 1). More specifically, suppose four levels (T_1, T_2, T_3, T_4) of the principal factor are to be studied, but only two levels can be done in one day. If six days are available to conduct the experiment, then the following plan is appropriate:

2.3.4.1
plan en blocs incomplets équilibrés
PBIE
plan en blocs incomplets dans lequel chaque bloc contient le même nombre k de niveaux différents parmi les l niveaux du facteur principal, chaque paire de niveaux apparaissant dans le même nombre λ de blocs parmi les b blocs

NOTE 1 Le terme «équilibré» fait référence à un nombre cohérent de paires, le terme «incomplet» fait référence à l'incapacité d'examiner chaque niveau du facteur principal de chaque bloc, et le terme «bloc» fait référence à la stratégie de réalisation des expériences sur des ensembles homogènes d'unités expérimentales.

EXEMPLE 1 Considérons une situation avec 4 traitements et 6 blocs, 2 traitements par bloc (l = 4, k = 2, b = 6, λ =1). Plus précisément, supposons que l'on étudie quatre niveaux (T_1, T_2, T_3, T_4) du facteur principal, mais seuls deux niveaux peuvent l'être en une journée. Lorsque l'on dispose de six journées pour réaliser les expériences, le plan suivant est alors approprié:

Day	T_1	T_2	T_3	T_4
1	*	*		
2			*	*
3	*		*	
4		*		*
5	*			*
6		*	*	

In this example, all possible pairs of treatments occur once in the same block.

EXAMPLE 2 Consider a situation with 6 levels of the principal factor and 10 blocks with 3 levels per block (l = 6, k = 3, b = 10, λ = 2). In this case it is natural to suspect that 20 blocks are in fact necessary since there are 20 possible triplets for 6 levels. Consider the following set of treatments, where each block is given by a triplet:

(T_1,T_2,T_3), (T_1,T_2,T_4), (T_1,T_3,T_5), (T_1,T_4,T_6), (T_1,T_5,T_6)

(T_2,T_3,T_6), (T_2,T_4,T_5), (T_2,T_5,T_6), (T_3,T_4,T_5), (T_3,T_4,T_6)

Here, each pair of levels occurs in the same block exactly twice, indicating that 10 blocks may suffice.

EXAMPLE 3 Consider a situation with 7 levels and 7 blocks with 4 levels per block (l = 7, k = 4, b = 7, λ = 2)

		Levels of the principal factor			
Block	1	1	2	3	6
	2	2	3	4	7
	3	3	4	5	1
	4	4	5	6	2
	5	5	6	7	3
	6	6	7	1	4
	7	7	1	2	5

NOTE 2 The balanced incomplete block design implies that every level of the principal factor appears the same number of times h in the experiment and that the following relations hold true:

$b \cdot k = l \cdot h$, $b \geqslant l$, and $h(k-1) = \lambda\,(l-1)$

Since each letter in the above equations represents an integer, it is clear that only a restricted set of combinations (l, k, b, h, λ) is possible for constructing balanced incomplete block designs. However, given five integers (l, k, b, h, λ) satisfying the above three conditions, it is not necessarily the case that a BIB exists.

NOTE 3 For randomization, arrange the blocks and levels within each block independently at random.

Journée	T_1	T_2	T_3	T_4
1	*	*		
2			*	*
3	*		*	
4		*		*
5	*			*
6		*	*	

Dans cet exemple, toutes les paires possibles de traitements n'apparaissent qu'une seule fois dans le même bloc.

EXEMPLE 2 Considérons une situation avec 6 niveaux du facteur principal et 10 blocs avec 3 niveaux par bloc (l = 6, k = 3, b = 10, λ = 2). Dans ce cas, il est normal de supposer que 20 blocs sont effectivement nécessaires puisqu'il y a 20 triplets possibles pour 6 niveaux. Considérons l'ensemble suivant de traitement, où chaque bloc est indiqué par un triplet:

(T_1,T_2,T_3), (T_1,T_2,T_4), (T_1,T_3,T_5), (T_1,T_4,T_6), (T_1,T_5,T_6)

(T_2,T_3,T_6), (T_2,T_4,T_5), (T_2,T_5,T_6), (T_3,T_4,T_5), (T_3,T_4,T_6)

Dans cet exemple, chaque paire de niveaux apparaît exactement deux fois dans le même bloc, indiquant que 10 blocs sont suffisants.

EXEMPLE 3 Considérons une situation avec 7 niveaux et 7 blocs avec 4 niveaux par bloc (l = 7, k = 4, b = 7, λ = 2).

		Niveaux du facteur principal			
Bloc	1	1	2	3	6
	2	2	3	4	7
	3	3	4	5	1
	4	4	5	6	2
	5	5	6	7	3
	6	6	7	1	4
	7	7	1	2	5

NOTE 2 Le plan en blocs incomplets équilibrés implique que chaque niveau du facteur principal apparaît le même nombre h de fois dans l'expérience et que les relations suivantes sont vérifiées:

$b \cdot k = l \cdot h$, $b \geqslant l$, et $h(k-1) = \lambda\,(l-1)$

Comme chaque lettre des équations précédentes représente un nombre entier, il est clair que seul un ensemble restreint de combinaisons (l, k, b, h, λ) est possible pour l'élaboration de plans en blocs incomplets équilibrés. Cependant, il n'est pas certain qu'un plan en blocs incomplets équilibrés existe avec cinq nombres entiers (l, k, b, h, λ) satisfaisant aux trois conditions précédentes.

NOTE 3 Pour la randomisation, disposer indépendamment les blocs et les niveaux de chaque bloc de manière aléatoire.

2.3.4.2
partially balanced incomplete block design
PBIB

incomplete block design in which each block contains the same number k of different levels from the l levels of the principal factor, arranged so that not all pairs of levels occur together in the same number of the b blocks

NOTE 1 An incomplete block design with l levels and b blocks is a PBIB with m ($\geqslant 2$) associate classes, if the following conditions are satisfied:

a) each block contains k ($< l$) distinct levels;

b) each level appears in h blocks;

c) there exists a relation among levels satisfying:

— any two levels are either 1st, 2nd, ..., m-th associates, the relation being symmetric (if level α is the i-th associate of level β, then level β is the i-th associate of level α);

— each level has n_i i-th associates, i = 1, 2, ..., m; the number n_i being independent of the level chosen;

— given a pair of levels α and β that are i-th associates, the number of levels that are simultaneously j-th associates of α and k-th associates of β is p_{jk}^i, i, j, k = 1, 2, ..., m. The number p_{jk}^i is independent of the pair (α, β) of i-th associates;

d) any two levels that are mutually i-th associates appear together in λ_i blocks (i = 1, 2, ..., m) not all λ_is are equal.

NOTE 2 The integers l, b, h, k, λ_1, λ_2, ..., λ_m, n_1, n_2, ..., n_m, p_{jk}^i, i, j, k = 1, 2, ..., m are connected by the following:

$$l \cdot h = b \cdot k$$

$$n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 + \ldots + n_m\lambda_m = h(k-1)$$

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_m = l - 1$$

$$n_i p_{jk}^i = n_j p_{ik}^j = n_k p_{ij}^k$$

EXAMPLE Consider a situation having $l = 6$, $k = 4$, $b = 6$, $h = 4$, $n_1 = 1$, $n_2 = 4$, $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 2$ as depicted in the table.

2.3.4.2
plan en blocs incomplets partiellement équilibrés
BIPE

plan en blocs incomplets dans lequel chaque bloc contient le même nombre k de niveaux différents parmi les l niveaux du facteur principal, mais dans lequel les paires de niveaux n'apparaissent pas toutes dans le même nombre de b blocs

NOTE 1 Un plan en blocs incomplets avec l niveaux et b blocs est un plan en blocs incomplets partiellement équilibrés avec m ($\geqslant 2$) classes associées, lorsque les conditions suivantes sont satisfaites:

a) chaque bloc contient k ($< l$) niveaux distincts;

b) chaque niveau apparaît dans h blocs;

c) il existe une relation parmi les niveaux satisfaisant les conditions suivantes:

— toutes les paires de niveaux sont soit le 1er, 2ème, ..., $m^{ième}$ associé, la relation étant symétrique (lorsque le niveau α est le $i^{ème}$ associé du niveau β, alors le niveau β est le $i^{ème}$ associé du niveau α);

— chaque niveau a n_i $i^{èmes}$ associés, i = 1, 2, ..., m; le nombre n_i étant indépendant du niveau choisi;

— étant donné une paire de niveaux α et β $i^{èmes}$ associés, le nombre de niveaux qui sont simultanément des $j^{ièmes}$ associés de α et de $k^{ièmes}$ associés de β est p_{jk}^i, i, j, k = 1, 2, ..., m. Le nombre p_{jk}^i est indépendant de la paire (α, β) des associés $i^{èmes}$;

d) toutes les paires de niveaux qui sont mutuellement associées $i^{èmes}$ apparaissent ensemble en λ_i blocs (i = 1, 2, ..., m), tous les λ_i n'étant pas égaux.

NOTE 2 Les nombres entiers l, b, h, k, λ_1, λ_2, ..., λ_m, n_1, n_2, ..., n_m, p_{jk}^i, i, j, k = 1, 2, ..., m sont liés par les éléments suivants:

$$l \cdot h = b \cdot k$$

$$n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 + \ldots + n_m\lambda_m = h(k-1)$$

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_m = l - 1$$

$$n_i p_{jk}^i = n_j p_{ik}^j = n_k p_{ij}^k$$

EXEMPLE Considérons une situation où $l = 6$, $k = 4$, $b = 6$, $h = 4$, $n_1 = 1$, $n_2 = 4$, $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 2$ comme illustré dans le tableau.

		Levels of the principal factor			
Block	1	1	4	2	5
	2	2	5	3	6
	3	3	6	1	4
	4	4	1	5	2
	5	5	2	6	3
	6	6	3	4	1

In this design every level occurs h = 4 times and starting with any level (for example, level 1), n_1 = 1 level (for example, level 4) is found appearing together with level 1 in λ_1 = 4 blocks and n_2 = 4 levels (numbers 2, 3, 5 and 6) and with level 1 in λ_2 = 2 blocks. Parameters n_1, n_2, λ_1 and λ_2 are the same regardless of the starting level.

2.3.5
Youden square
block design derived from certain Latin squares by deleting or adding rows (or columns) so as to obtain a randomized block design with respect to one block factor and a balanced incomplete block design with respect to the other factor

NOTE A Youden square can be considered as a design with two block factors associated with the rows and columns of a matrix whose entries represent the levels of the principal factor. Assume, for example, that this layout has the same number of columns as levels but fewer rows than columns. Each level would appear once in each row resulting in a randomized block design with respect to the row block factor. However, by focusing attention on the column block factor, a balanced incomplete block design would occur. The elimination of the 4th row of the 4 × 4 Latin square yields a 3 × 4 Youden square.

EXAMPLE 1 Block factor 2 (columns)

		1	2	3	4
Block factor 1	1	A	D	C	B
(rows)	2	B	A	D	C
	3	C	B	A	D
deleted from the Latin square		~~D~~	~~C~~	~~B~~	~~A~~

A, B, C, and D indicate the four levels of the principal factor.

EXAMPLE 2 The following array depicts a 4 × 7 Youden square:

3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

		Niveaux du facteur principal			
Bloc	1	1	4	2	5
	2	2	5	3	6
	3	3	6	1	4
	4	4	1	5	2
	5	5	2	6	3
	6	6	3	4	1

Dans ce plan, chaque niveau apparaît h = 4 fois et lorsque l'expérience commence avec n'importe quel niveau (par exemple le niveau 1), n_1 = 1 niveau (par exemple le niveau 4) apparaît ensemble avec le niveau 1 en λ_1 = 4 blocs et n_2 = 4 niveaux (numéros 2, 3, 5 et 6) apparaît avec le niveau 1 en λ_2 = 2 blocs. Les paramètres n_1, n_2, λ_1 et λ_2 sont identiques quel que soit le niveau de départ.

2.3.5
carré de Youden
plan en blocs dérivé de certains carrés latins en supprimant ou en ajoutant des lignes (ou colonnes) de telle sorte que le plan est un plan en blocs randomisés par rapport à un facteur bloc et un plan en blocs incomplets équilibrés par rapport à l'autre facteur bloc

NOTE Un carré de Youden peut être considéré comme un plan avec deux facteurs blocs associés aux lignes et colonnes d'une matrice dont les entrées représentent les niveaux du facteur principal. Supposons, par exemple, que cette disposition a le même nombre de colonnes que de niveaux mais moins de lignes que de colonnes. Chaque niveau apparaît alors une fois à chaque ligne, de sorte que l'on obtient un plan en blocs randomisés, par rapport au facteur bloc ligne. En revanche, en se concentrant sur le facteur bloc colonne, un plan en blocs incomplets équilibrés apparaît. La suppression de la quatrième ligne du carré latin 4 × 4 conduit à un carré de Youden 3 × 4.

EXEMPLE 1 Facteur bloc 2 (colonnes)

		1	2	3	4
Facteur bloc 1	1	A	D	C	B
(lignes)	2	B	A	D	C
	3	C	B	A	D
supprimé du carré latin		~~D~~	~~C~~	~~B~~	~~A~~

A, B, C et D indiquent les quatre niveaux du facteur principal.

EXEMPLE 2 L'arrangement suivant illustre un carré de Youden 4 × 7

3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

For this example, it can be seen that the rows form a randomized block design and the columns form a BIB design with parameters $l = b = 7$, $h = k = 4$, and $\lambda = 2$.

2.3.6
split-plot design

design in which the group of experimental units (plot) to which the same level assigned to the principal factor is subdivided (split) so as to study one or more additional principal factors within each level of that factor

EXAMPLE Three levels of factor A are tested in two sets of replicates. Within each level of A, the same two levels of factor B are studied.

Plot	Replicate I		Replicate II	
A_1	A_1B_2	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_1
A_2	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_1	A_2B_2
A_3	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_2	A_3B_1

NOTE 1 In the example, replicates serve the role of blocks to the first-stage principal factor (A) and each plot assigned to one of the three levels of A serves the role of blocks for the additional second-stage principal factor B (within plot factor) studied within A. Thus, the estimated residual error for the within-plot factor B should be smaller than that for the full experiment. In a split-plot design, different measures of residual error are obtained for the within-plot and the between-plot effects. It is possible to extend this design further in order to introduce a third-stage factor included in the levels of the second-stage factor. This type of design is frequently used where large series or areas are obtainable for a factor, the levels of which are not easily changed, and the other factors can be varied readily within the series or areas.

NOTE 2 This type of arrangement is common in industrial experimentation as well as in agriculture (whence the name is derived). Frequently, one series of factor levels requires a large experimental unit, while another series of factor levels can be compared with smaller experimental units. For instance, it would require larger amounts of alloy to compare different types of furnaces used to prepare an alloy than it would to compare different types of molds into which the alloy is poured. The types of furnaces are regarded as the levels of the first-stage factor and the types of molds as the levels of the second-stage (within-plot) factor. Another example is a large machine the speed of which can be changed only by replacing the gear train. This is a time-consuming and expensive task and it would be preferable to make infrequent changes to this factor. The material manufactured at each speed can be heat-treated by several techniques, shaped under varying pressures and smoothed using different polishing agents with relative ease of these shifting from one level of factors to another. These latter constitute the within-plot factors (or second-stage factors) while the speed variations constitute the between-plot factor (or first-stage factor).

Dans cet exemple, l'on s'aperçoit que les lignes forment un plan en blocs randomisés et que les colonnes forment un plan en blocs incomplets équilibrés avec les paramètres $l = b = 7$, $h = k = 4$, et $\lambda = 2$.

2.3.6
plan en parcelles subdivisées

plan dans lequel le groupe des unités expérimentales (parcelles) auquel le même niveau d'un facteur principal est affecté, est subdivisé de telle sorte qu'un ou plusieurs facteurs principaux supplémentaires peuvent être étudiés à l'intérieur de chaque niveau de ce facteur

EXEMPLE Trois niveaux du facteur A sont soumis à l'essai en deux ensembles de répliques. À l'intérieur de chaque niveau de A, les deux mêmes niveaux du facteur B sont étudiés.

Parcelle	Réplique I		Réplique II	
A_1	A_1B_2	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_1
A_2	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_1	A_2B_2
A_3	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_2	A_3B_1

NOTE 1 Dans cet exemple, les répliques jouent le rôle de blocs à l'égard du premier facteur principal (A) et chaque parcelle attribuée à l'un des trois niveaux de A joue le rôle de bloc à l'égard du facteur principal supplémentaire B (facteur intraparcelle) étudié à l'intérieur de A. Ainsi, l'erreur résiduelle estimée pour le facteur intraparcelle B doit être plus petite que celle qui intervient dans l'expérience toute entière. Dans un plan en parcelles subdivisées, on obtient donc des mesures différentes de l'erreur résiduelle, d'une part pour les effets intérieurs aux parcelles, d'autre part pour les effets entre parcelles. Il est possible de généraliser ce plan en introduisant un troisième facteur inclus dans les niveaux du deuxième facteur. Ce type de plan est fréquemment utilisé lorsque de longues séries ou de larges surfaces correspondent à un facteur dont les niveaux ne peuvent être aisément modifiés, alors qu'il est facile de faire varier les autres facteurs à l'intérieur de ces séries ou de ces surfaces.

NOTE 2 Cette situation se présente aussi bien dans les expériences du domaine industriel que du domaine agronomique (d'où l'origine de son nom). Très souvent, une série de niveaux de facteur nécessite une grande quantité d'unités expérimentales alors qu'une autre série de niveaux de facteur ne nécessite que des quantités plus petites. Par exemple, la comparaison de différents types de fours utilisés pour préparer un alliage nécessite des quantités plus importantes d'alliage que la comparaison des différents types de moules où l'alliage est versé. Les types de fours sont considérés comme les niveaux du premier facteur et les types de moules comme les niveaux du deuxième facteur (intraparcelle). Un autre exemple est celui d'une machine importante dont la vitesse ne peut être modifiée qu'en remplaçant la boîte de vitesses, ce qui demande du temps et un travail coûteux: il est donc souhaitable de ne pas intervenir fréquemment sur ce facteur. Le matériau produit à chaque vitesse peut faire l'objet d'un traitement thermique par plusieurs techniques, être mis en forme sous différentes pressions, ou poli au moyen de différents

2.3.7
two-way split-plot design
split-block design

split-plot design in which the levels of the second-stage factor, instead of being randomized independently within each plot, are arranged in strips across plots in each replication; thus, it is considered as a split-plot design in two different ways

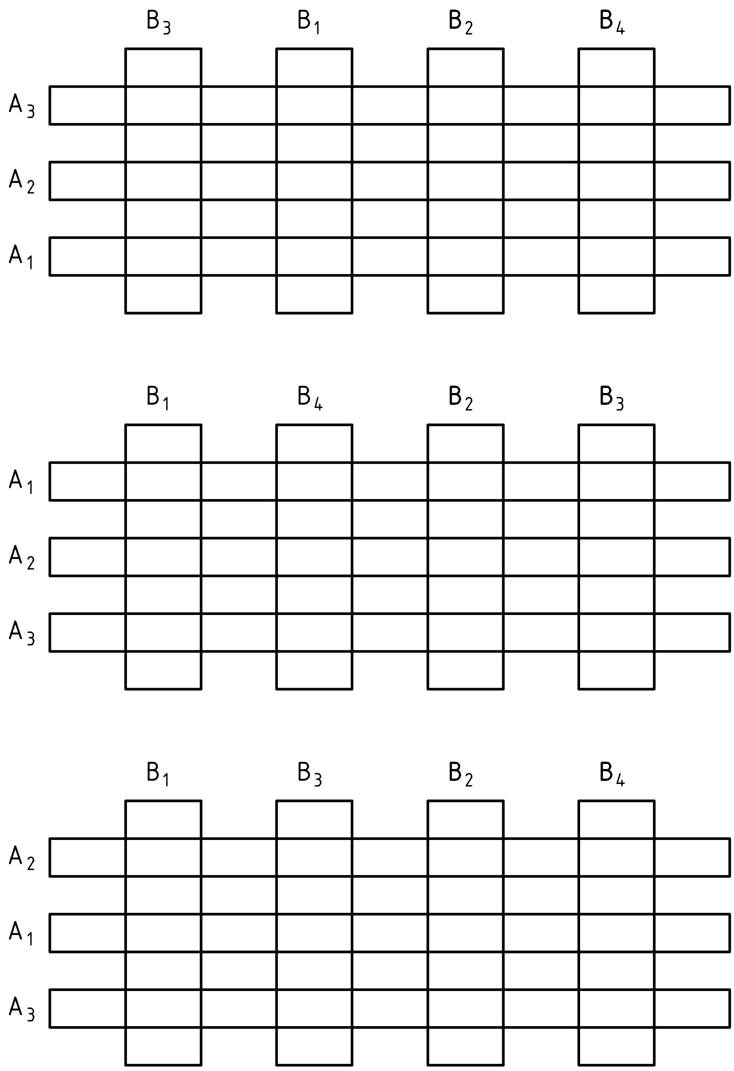
EXAMPLE For a 3 × 4 design, the appropriate arrangements (after randomization) may be as shown below.

abrasifs, le passage de l'un à l'autre niveau étant pour ces facteurs relativement facile. Ceux-ci sont les facteurs intra-parcelles (facteurs du second ordre), tandis que la modification de vitesse est le facteur interparcelle (facteur du premier ordre).

2.3.7
plan en blocs subdivisés

plan en parcelles subdivisées dans lequel les niveaux du deuxième facteur, au lieu d'être randomisés indépendamment à l'intérieur de chaque parcelle, sont dans chaque réplique disposés en bandes coupant les parcelles; ainsi, on considère ce plan comme étant un plan en parcelles subdivisées de deux façons différentes

EXEMPLE Dans un plan 3 × 4, les arrangements appropriés (après randomisation) peuvent être les suivants:



NOTE The two-way split-plot design results in lower precision for the main effects (average effects) of A and B but provides higher precision for the interactions (differential effects). These latter are generally more accurately determined than in either randomized blocks or the ordinary split-plot design.

In industrial experimentation, practical considerations sometimes necessitate the use of two-way split-plot designs, for example, in the textile industry, factor A may be different procedures of bleaching by chlorine peroxide and factor B may be different amounts of hydrogen peroxide in the cooling process.

NOTE Le plan en blocs subdivisés sacrifie une partie de la précision sur les effets principaux (effets moyens) de A et B, afin d'obtenir une plus grande précision sur les interactions (effets différentiels), celles-ci étant généralement déterminées avec plus de précision que dans les plans en blocs randomisés ou les plans en parcelles subdivisées classiques.

En expérimentation industrielle, des considérations d'ordre pratique rendent parfois nécessaire l'utilisation de ce dispositif; par exemple, dans l'industrie textile, le facteur A peut représenter différentes procédures de blanchissage au peroxyde de chlore et le facteur B le rinçage avec différentes quantités de peroxyde d'hydrogène lors du refroidissement.

2.4
response surface design
experimental design intended to investigate the functional relationship between the response variable and a set of predictor variables.

NOTE 1 An obvious benefit of response surface designs is the suggested adjustments to predictor variables (assumed to be continuous) that lead to “improved” responses.

EXAMPLE 1 An example of a **central composite design** is given. It is a set of treatments consisting of a cube, star and centre points chosen so as to produce an efficient design (typically rotatable). For three predictor variables, the following set constitutes a central composite design:

Experimental units	x_1	x_2	x_3
1	−1	−1	−1
2	1	−1	−1
3	−1	1	−1
4	1	1	−1
5	−1	−1	1
6	1	−1	1
7	−1	1	1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	0	0	0
11	−2	0	0
12	2	0	0
13	0	−2	0
14	0	2	0
15	0	0	−2
16	0	0	2

2.4
plan à surface de réponse
plan d'expérience conçu pour analyser la relation fonctionnelle entre la variable de réponse et un ensemble de variables de prédiction

NOTE 1 L'avantage évident de ces plans est de suggérer des ajustements des variables de prédiction (supposées continues) qui entraînent des réponses «améliorées».

EXEMPLE 1 Un exemple de **plan composite central** est donné ci-dessous. Il s'agit d'un ensemble de combinaisons de traitements constitué de points cubiques, étoiles et centraux choisis de manière à produire un plan efficace (typiquement rotatif). Pour trois variables de prédiction, l'ensemble suivant constitue un plan composite central.

Unités expérimentales	x_1	x_2	x_3
1	−1	−1	−1
2	1	−1	−1
3	−1	1	−1
4	1	1	−1
5	−1	−1	1
6	1	−1	1
7	−1	1	1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	0	0	0
11	−2	0	0
12	2	0	0
13	0	−2	0
14	0	2	0
15	0	0	−2
16	0	0	2

Experimental units 1-8 involve the cube portion of the design, equivalent to a 2^3 factorial design. The levels of the predictor variables are given as coded values. Experimental units 9 and 10 are applied the treatment of centre points, and 11 to 16 are the star points. Conceivably, the first eight experimental units can be considered as a group first, then the other applications of treatments can take place. The actual order of runs should be randomized. The central composite design facilitates this sequential assembly of design components. A fitted model to data obtained from the design can consist of linear (x_1, x_2, x_3), quadratic (x_1^2, x_2^2, x_3^2), and two-way interactions (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3).

NOTE 2 A common variant of the central composite design using fewer levels of the factors is the face-centered central composite design obtained by setting $\alpha = 1$ for all of the star points. The fewer number of levels of the factors may sacrifice rotatability (depending on the number of factors).

EXAMPLE 2 A **Box-Behnken design** is constructed by judicious combination of 2^k factorial designs with balanced incomplete block designs. The following set constitutes the three variable Box-Behnken design:

Experimental units	x_1	x_2	x_3
1	0	−1	−1
2	0	1	−1
3	0	−1	1
4	0	1	1
5	−1	0	−1
6	1	0	−1
7	−1	0	1
8	1	0	1
9	−1	−1	0
10	1	−1	0
11	−1	1	0
12	1	1	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

EXAMPLE 3 A **pentagon design** is a two-factor design in which the design points consist of five equally spaced locations on the unit circle (using units of the coded variables), and possibly replicated centre points. A set of five points satisfying the definition is: (1, 0), (0,309, 0,951), (−0,809, 0,588), (−0,809, −0,588), (0,309, −0,951). Note that cos(72°) = 0,309; sin(72°) = 0,951, etc.

Les unités expérimentales 1 à 8 constituent la partie cubique du plan, équivalent à un plan factoriel 2^3. Les niveaux des variables de prédiction sont donnés comme des valeurs codées. Les unités expérimentales 9 et 10 représentent le traitement des points centraux, et les unités expérimentales 11 à 16 sont les points étoiles. Les 8 premières unités expérimentales peuvent fort bien être traitées comme un groupe principal, puis les autres applications de traitements peuvent prendre place. Il convient de randomiser l'ordre réel des réalisations. Le plan composite central facilite cet assemblage séquentiel des composantes de plan. Un modèle ajusté aux données obtenues à partir du plan peut consister en des interactions linéaires (x_1, x_2, x_3), quadratiques (x_1^2, x_2^2, x_3^2), et à deux entrées (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3).

NOTE 2 Une variante courante du plan composite central utilisant moins de niveaux de facteurs est le plan composite central à face centrée obtenu en fixant $\alpha = 1$ pour tous les points étoiles. Le nombre moins important des niveaux de facteurs peut sacrifier la rotectivité (selon le nombre de facteurs).

EXEMPLE 2 Un **plan de Box-Behnken** est établi grâce à une judicieuse combinaison de plans factoriels 2^k et des plans en blocs incomplets équilibrés. L'ensemble suivant constitue le plan de Box-Behnken à trois variables:

Unités expérimentales	x_1	x_2	x_3
1	0	−1	−1
2	0	1	−1
3	0	−1	1
4	0	1	1
5	−1	0	−1
6	1	0	−1
7	−1	0	1
8	1	0	1
9	−1	−1	0
10	1	−1	0
11	−1	1	0
12	1	1	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

EXEMPLE 3 Un **plan en pentagone** est un plan à deux facteurs dans lequel les points de plan consistent en cinq emplacements également répartis sur le cercle unitaire (utilisant les unités des variables codées), et les points centraux éventuellement répliqués. Un ensemble de cinq points satisfaisant à la définition est le suivant: (1, 0), (0,309, 0,951), (−0,809, 0,588), (−0,809, −0,588), (0,309, −0,951). Noter que cos(72°) = 0,309; sin(72°) = 0,951, etc.

EXAMPLE 4 A **hexagon design** is a two-factor design in which the design points consist of six equally spaced locations on the unit circle (using units of the coded variables), and possibly replicated centre points. A set of six points satisfying the definition is: (1, 0), (0,5, 0,866), (−0,5, 0,866), (−1, 0), (−0,5, −0,866), (0,5, −0,866). Note that cos(60°) = 0,5; sin(60°) = 0,866, etc.

NOTE 3 Any regular geometric figure inscribed in the unit circle can serve as the basis of a rotatable design within the class of response surface designs.

2.5
mixture design
experimental design constructed to handle the situation in which the predictor variables are constrained to sum to a fixed quantity

NOTE Factors representing proportions of metals in an alloy are a typical example of a mixture design. The design space must satisfy $X_1 + X_2 + ... + X_k = 1$. Special purpose designs are also available if further restrictions apply, such as a minimal proportion for selected factors. A comprehensive treatment of mixture designs is given in reference [9].

2.6
nested design
hierarchical design
experimental design in which each level of a given factor appears in only a single level of any other factor

NOTE 1 This design is mainly used to evaluate the variance components of the factors involved. For the case of three factors, A, B, and C, every level of factor B appears with only a single level of factor A; similarly, every level of factor C appears with only a single level of factor B. The k-factor nested design, where $k \geqslant 2$, is sometimes referred to as a k-stage nested design.

EXAMPLE Consider a situation in which three different suppliers provide four batches of raw material to a company that will subsequently assay the batches to determine purity.

EXEMPLE 4 Un **plan hexagonal** est un plan à deux facteurs dans lequel les points de plan consistent en six emplacements également répartis sur le cercle unitaire (utilisant les unités des variables codées), et les points centraux éventuellement répliqués. Un ensemble de six points satisfaisant à la définition est le suivant: (1, 0), (0,5, 0,866), (−0,5, 0,866), (−1, 0), (−0,5, −0,866), (0,5, − 0,866). Noter que cos(60°) = 0,5; sin(60°) = 0,866, etc.

NOTE 3 Toute figure géométrique régulière inscrite dans le cercle unitaire peut servir de base à un plan en rotation parmi la classe des plans à surface de réponse.

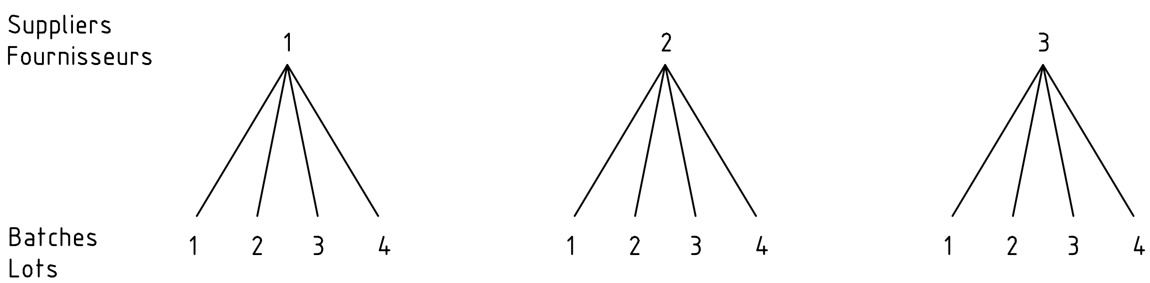
2.5
plan pour l'étude de mélanges
plan d'expérience élaboré pour traiter la situation dans laquelle les variables de prédiction sont contraintes de s'additionner en une quantité fixée

NOTE Un exemple type d'un plan pour l'étude de mélanges est lorsque les facteurs représentent les proportions de l'ensemble des métaux dans un alliage. L'espace du plan doit satisfaire $X_1 + X_2 + ... + X_k = 1$. Les plans à usage spécifique sont également disponibles lorsque d'autres restrictions s'appliquent, telles qu'une proportion minimale pour des facteurs choisis. Un traitement complet de plans pour l'étude de mélanges est donné à la référence [9].

2.6
plan emboîté
plan hiérarchisé
plan d'expérience dans lequel chaque niveau d'un facteur donné apparaît à un seul niveau d'un autre facteur

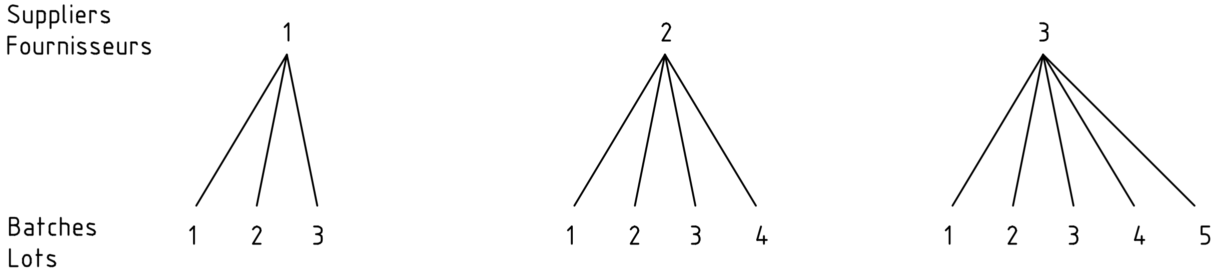
NOTE 1 Ce plan est principalement utilisé pour évaluer les composantes de variance des facteurs impliqués. Avec trois facteurs, A, B, et C, chaque niveau du facteur B apparaît avec un seul niveau du facteur A; de même, chaque niveau du facteur C apparaît avec un seul niveau du facteur B. Le plan emboîté de facteur k, où $k \geqslant 2$, est parfois représenté comme un plan emboîté d'ordre k.

EXEMPLE Considérons une situation dans laquelle trois fournisseurs différents fournissent quatre lots de matière première à une entreprise qui soumet les lots à l'essai afin de déterminer leur pureté.



As depicted in the figure, the batches are nested within each supplier, since, for example, batch 1 from supplier 1 is distinct from batch 1 from supplier 2. Although the batch “label” is the same, the factors batch and supplier are not crossed. This example would still constitute a nested or hierarchical design in the event that the suppliers each provided a different number of batches. The following set-up is also a nested or hierarchical design:

Comme décrit dans la figure, les lots sont emboîtés dans chaque fournisseur, dans la mesure où, par exemple, le lot 1 du fournisseur 1 est différent du lot 1 du fournisseur 2. Bien que l'«étiquette» du lot soit identique, les facteurs lot et fournisseur ne sont pas croisés. Cet exemple constituerait toujours un plan emboîté ou hiérarchisé dans le cas où les fournisseurs ont fourni un nombre différent de lots chacun. La configuration suivante est également un plan emboîté ou hiérarchisé:



However, the analysis would be much more straightforward, if the number of batches from each supplier were the same.

Cependant, l'analyse est bien plus directe lorsque le nombre de lots de chaque fournisseur est identique.

NOTE 2 Generally, nested designs are used to evaluate results in terms of variance components rather than in terms of differences in response levels or prediction models.

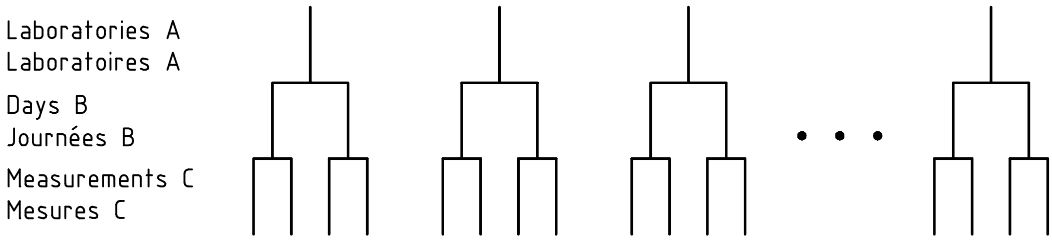
NOTE 2 En général, les plans emboîtés sont utilisés pour évaluer les résultats en termes de composantes de variance plutôt qu'en termes de différences de niveaux de réponse ou de modèles de prédiction.

2.6.1
balanced nested design
fully nested design
nested design experiment in which the number of levels of the nested factors is constant

2.6.1
plan emboîté équilibré
plan complètement emboîté
plan emboîté dans lequel le nombre de niveaux des facteurs emboîtés est constant

EXAMPLE The figure depicts a balanced nested design:

EXEMPLE La figure suivante illustre un plan emboîté équilibré:



This design is a balanced nested design because every laboratory expends two days (the number of levels of factor B is two), and two measurement results are obtained on every day at each of the laboratories (the number of the levels of factor C is two). The days used by the laboratories are likely to be different because they presumably have been chosen randomly over a given testing window.

Ce plan est un plan emboîté équilibré dans la mesure où chaque laboratoire utilise deux journées (le nombre de niveaux du facteur B est deux), et où deux résultats de mesure sont obtenus chaque journée dans chacun des laboratoires (le nombre de niveaux du facteur C est deux). Les journées sont supposées être choisies au hasard sur un créneau d'essai donné de sorte que les journées que les laboratoires ont utilisées sont probablement différentes.

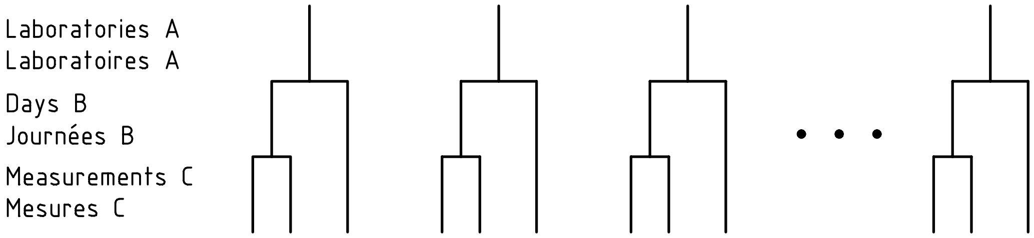
NOTE It is sometimes possible to adjust the definition of a factor into levels that can be compared across the other factors so as to obtain more meaningful information. B_1 can be allocated to Monday and B_2 can be allocated to Friday. Therefore, results obtained on Mondays can be compared with those obtained on Fridays. All of the laboratories would thus have this in common, unlike the previous situation where they were two unrelated (across laboratories) day allocations. This configuration would now represent a

NOTE Il est parfois possible d'adapter la définition d'un facteur en niveaux qui peuvent être comparés aux autres facteurs, lorsqu'une telle structure entraîne une question plus significative. B_1 peut être attribué à lundi, et B_2 à vendredi. Une question d'intérêt peut alors être énoncée en terme de résultats de mesure effectuées le lundi et le vendredi, et ayant un trait commun aux laboratoires, plutôt que dans la situation précédente avec deux attributions crossed (i.e. each level of a factor is used with all levels of the other factors) rather than a nested classification and hence, can be viewed as a factorial experiment.

indépendantes (entre laboratoires) de journées. Cette configuration représente désormais une classification croisée (c'est-à-dire que chaque niveau d'un facteur est utilisé avec tous les niveaux des autres facteurs) plutôt qu'une classification emboîtée et peut donc être ainsi perçue comme un plan factoriel.

2.6.2
staggered nested design
nested design in which the second nested factor has two levels in one level of the first nested factor but has only one level in the other level of the first nested factor

2.6.2
plan irrégulièrement emboîté
plan emboîté dans lequel le second facteur emboîté a deux niveaux dans un niveau du premier facteur emboîté mais n'a qu'un niveau présent dans l'autre niveau du premier facteur emboîté



NOTE For staggered nested designs, all factor effects are estimated with approximately the same number of degrees of freedom.

NOTE Pour les plans irrégulièrement emboîtés, tous les effets de facteur sont estimés avec approximativement le même nombre de degrés de liberté.

2.7
optimal design
experimental design whose factor level settings are determined to optimize a particular criterion, typically a function of the design matrix

NOTE In optimizing a particular criterion, note that the resulting optimal design is predicated upon having the correct model. If the presumed model is incorrect, then the optimal design may be theoretically optimal (i.e. mathematically) but may not be useful for practical purposes. Nonetheless, several of the designs mentioned earlier in this subclause can be considered as optimal designs.

2.7
plan optimal
plan d'expérience dont les valeurs de niveau des facteurs sont déterminées pour optimiser un critère particulier, typiquement une fonction de la matrice de plan

NOTE Dans l'optimisation d'un critère particulier, il convient de tenir compte que le plan optimal résultant est supposé avoir le modèle correct. Lorsque le modèle théorique n'est pas correct, le plan optimal peut alors être optimal au sens mathématique mais non au sens pratique du terme. À toutes fins utiles, plusieurs plans parmi les plans mentionnés précédemment dans ce paragraphe peuvent être considérés comme plans optimaux.

2.7.1
design matrix
matrix with rows representing individual treatments (possibly transformed according to the assumed model) which can be extended by deduced levels of other functions of factor levels (interactions, quadratic terms, etc.) but are dependent upon the assumed model

NOTE 1 For a given experimental plan, several design matrices can be envisaged depending upon the assumed model.

NOTE 2 The design or model matrix is commonly denoted X. Each row of X corresponds to a single treatment. The first column of X may consist of all 1's if an overall mean term, for example μ, is in the model. Other columns can represent factors or functions of the predictor variables.

2.7.1
matrice de plan
matrice dotée de lignes représentant les traitements individuels (potentiellement transformés selon le modèle théorique) étendus peut-être par les niveaux déduits des autres fonctions des niveaux de facteur (interactions, termes quadratiques, etc.) selon le modèle théorique

NOTE 1 Pour un plan d'expérience donné, on peut envisager plusieurs matrices de plan selon le modèle théorique.

NOTE 2 La matrice de plan ou de modèle est communément notée X. Chaque ligne de X correspond à un seul traitement. La première colonne de X peut être entièrement composée de 1 lorsqu'un terme moyen global, par exemple μ, se trouve dans le modèle. Les autres colonnes peuvent représenter les facteurs ou les fonctions des variables de prédiction.

2.7.1.1
D-optimal design
design which maximizes the determinant of X′X

NOTE The criterion for the D-optimal design relates to the volume of the confidence ellipsoid of the coefficients associated with the design matrix X. The Plackett-Burman designs in 2.2 are D-optimal with respect to a main effects model.

2.7.1.2
A-optimal design
design which maximizes the trace of X′X

NOTE The A-optimal criterion incorporates both a measure of the volume of the ellipsoid and the extent of sphericity of the ellipsoid.

2.7.1.3
G-optimal design
design which minimizes the maximum variance of prediction over the design space

NOTE G-optimality does not directly and explicitly involve X. However, it can be shown in certain mathematical contexts that the D- and G- optimality criteria are equivalent, so that one can use the G-optimality criterion (which facilitates the optimization process) to obtain a D-optimal design.

2.8
orthogonal design
design where each pair of factors is orthogonal

NOTE A pair of factors is orthogonal if it satisfies the condition

$$n_{ij} = (n_i \times n_{\cdot j})/N$$

for every combination of the (i, j) level and every pair of columns where,

- n_{ij} is the number of times the level combination (i, j) occurs in any two columns;
- n_i is the number of times the level i occurs in one column;
- n_j is the number of times the level j occurs in the other column;
- N is the total number of experimental units.

2.9
saturated design
design whose design matrix has the same number of columns as the number of treatments of the experiment

NOTE It is impossible to estimate unambiguously more parameters than experimental units in the design.

2.7.1.1
plan optimal D
plan qui maximise le déterminant de X′X

NOTE Le critère du plan optimal D correspond au volume de l'ellipsoïde de confiance des coefficients associés à la matrice de plan X. Les plans Plackett-Burman donnés en 2.2 sont des plans optimaux D, relatifs à un modèle d'effets principaux.

2.7.1.2
plan optimal A
plan qui maximise la trace de X′X

NOTE Le critère optimal A intègre à la fois la mesure du volume de l'ellipsoïde et le degré de sphéricité de l'ellipsoïde.

2.7.1.3
plan optimal G
plan qui minimise la variance maximale de prédiction sur l'espace du plan

NOTE L'optimisation G n'implique pas directement et explicitement X. Cependant, il peut être démontré que dans certains contextes mathématiques les critères d'optimisation D et G sont équivalents, de sorte que l'on puisse utiliser le critère d'optimisation G (qui facilite le procédé d'optimisation) pour obtenir un plan optimal D.

2.8
plan orthogonal
plan dans lequel chaque paire de facteurs est orthogonale

NOTE Une paire de facteurs est orthogonale si elle satisfait la condition:

$$n_{ij} = (n_i \times n_j)/N$$

pour chaque combinaison de niveau (i, j) et chaque paire de colonnes où

- n_{ij} nombre de fois où se produit la combinaison de niveau (i, j) dans deux colonnes;
- n_i nombre de fois où se produit le niveau i dans une colonne;
- n_j nombre de fois où se produit le niveau j dans l'autre colonne;
- N nombre total d'unités expérimentales.

2.9
plan saturé
plan dont la matrice de plan a le même nombre de colonnes que de nombre de traitements de l'expérience

NOTE Il est impossible d'estimer sans ambiguïté plus de paramètres que d'unités expérimentales dans le plan.

3 Methods of analysis

3.1
graphical method
analysis based on pictorial depiction of results from an experiment

NOTE Simple plots can provide an initial, effective assessment as to the outcome of a designed experiment.

3.1.1
main effects plot
plot giving the average responses at the various levels of individual factors

NOTE 1 The following figure gives such a plot for the example taken from 10.8 of reference [3]. The response variable is the conversion percentage and the predictor variables are the catalyst charge (A), the temperature (B), the pressure (C), and the concentration (D). Each predictor variable was given at two levels, denoted "−" for low, and "+" for high. A 2^4 full factorial experiment was conducted. From the figure, it is apparent that temperature appears to have the most substantial effect on conversion, with the catalyst second and the remaining two factors fairly comparable. Additional analyses would be necessary to assess whether the slopes of the connected lines in the plot are significantly different from zero.

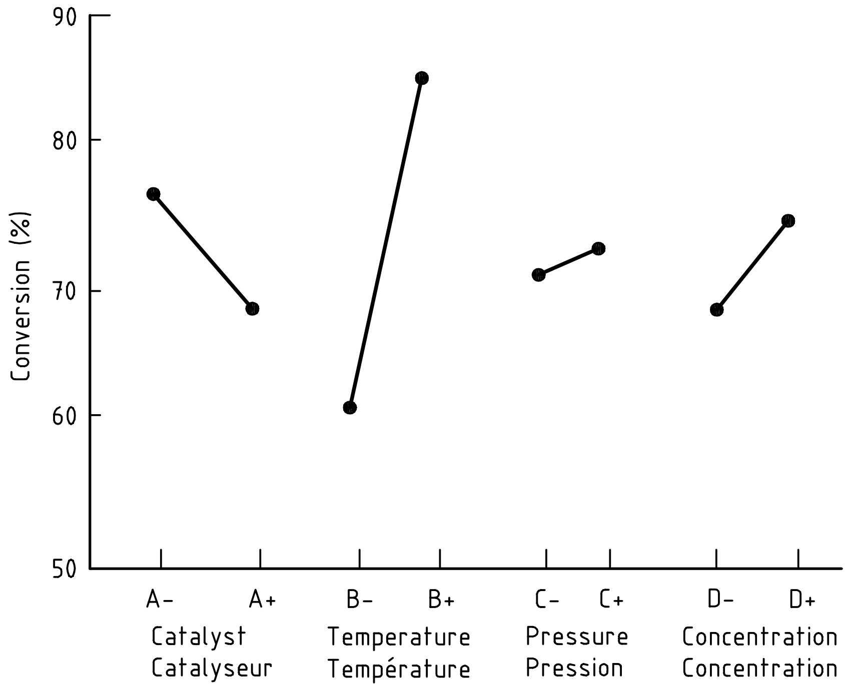
3 Méthodes d'analyse

3.1
méthode graphique
analyse fondée sur une représentation graphique des résultats d'une expérience

NOTE Des tracés simples peuvent fournir une évaluation initiale efficace du résultat d'un plan d'expérience.

3.1.1
tracé des effets principaux
tracé donnant les réponses moyennes aux différents niveaux des facteurs individuels

NOTE 1 La figure suivante donne un tel tracé pour l'exemple tiré de 10.8 de la référence [1]. La variable de réponse est un pourcentage de conversion et les variables de prédiction sont la charge de catalyseur (A), la température (B), la pression (C) et la concentration (D). Chaque variable de prédiction était à deux niveaux, notés «−» pour inférieur et «+» pour supérieur. Un plan factoriel complet 2^4 a été effectuée. La figure fait apparaître que la température semble avoir l'effet le plus substantiel sur la conversion, avec le catalyseur en seconde position et les deux facteurs restants assez comparables. D'autres analyses sont nécessaires pour évaluer si les pentes des lignes connectées du tracé sont très différentes de zéro.



NOTE 2 A main effects plot gives the average response at the various levels of each factor. The nature and magnitude of the effect of each factor on the response is apparent. The presence of interactions can hide the effects of various factors.

NOTE 2 Un tracé des effets principaux donne la réponse moyenne aux différents niveaux de chaque facteur. La nature et l'ampleur de l'effet de chaque facteur sur la réponse sont apparents. La présence d'interactions peut masquer les effets de différents facteurs.

3.1.2
interaction plot
plot providing the average responses at the levels of two distinct factors

[see **interaction** (1.17)]

NOTE Interaction plots provide a graphical detection tool for interpreting interactions. Lack of parallelism is an indication of interaction effects.

3.1.2
tracé d'interaction
tracé fournissant les réponses moyennes aux niveaux de deux facteurs distincts

[voir **interaction** (1.17)]

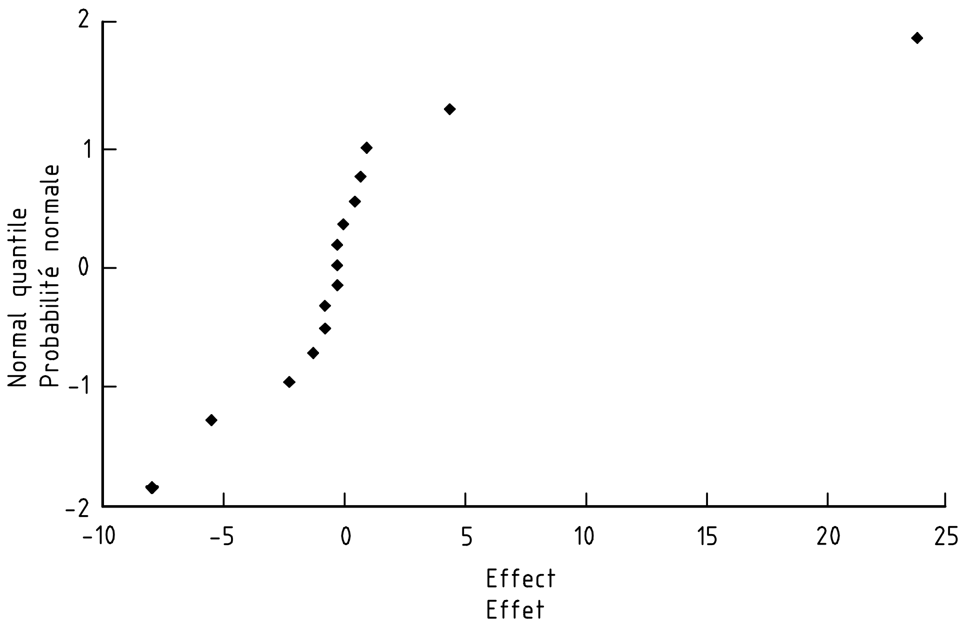
NOTE Les tracés d'interaction fournissent un outil de détection graphique pour l'interprétation des interactions. Le manque de parallélisme est une indication d'effets d'interaction.

3.1.3
quantile plot of effects
plot of the standard normal quantiles versus the estimated effects in a full or fractional factorial design

EXAMPLE The following figure shows a plot of the data taken from the example given in 3.1.1.

3.1.3
tracé quantile des effets
tracé des quantiles de la loi normale en fonction des effets estimés d'un plan complet ou factoriel fractionné

EXEMPLE La figure suivante montre un tracé des données prises dans l'exemple donné en 3.1.1.



NOTE For unreplicated experiments, this plot may suggest dominant effects (i.e. those points far to the left or far to the right of a “guide”-line through the main body of the plotted points). In the preceding figure, the upper right-hand point with an effect equal to 24 corresponds to the temperature effect.

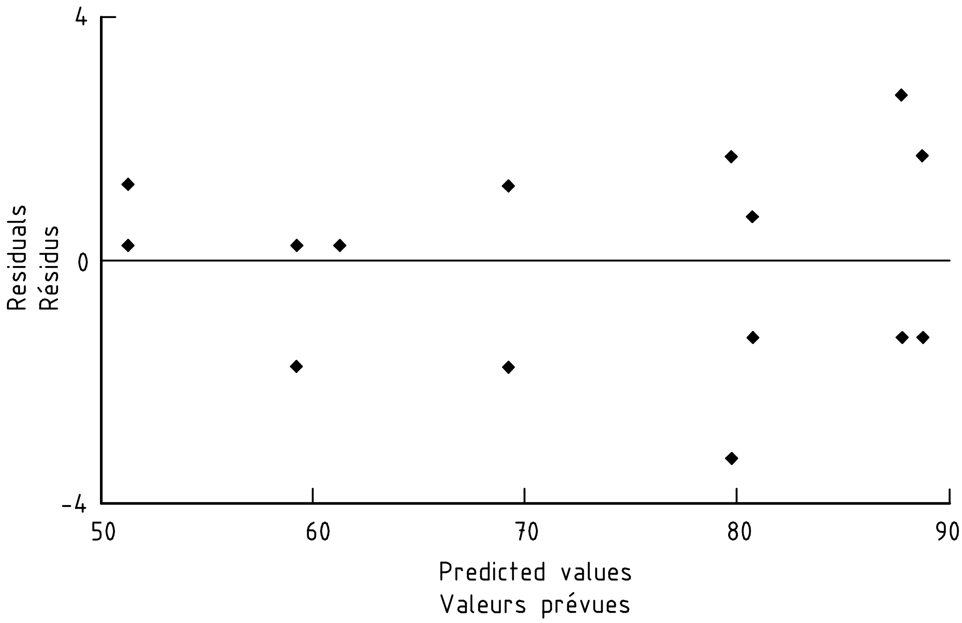
NOTE Pour les expériences non répliquées, ce tracé peut suggérer les effets dominants (tels que les points les plus à droite ou les plus à gauche d'une ligne «directrice» passant par la structure principale des points tracés). Dans la figure ci-dessus, le point supérieur droit, dont l'effet est égal à 24, correspond à l'effet de température.

3.1.4
residual plot
plot of the residuals versus the corresponding predicted values or versus the levels of a particular factor

EXAMPLE The example given in 3.1.1 is continued using the model with the four main effects and the BD interaction as the model.

3.1.4
tracé résiduel
tracé des résidus en fonction des valeurs prévues correspondantes ou en fonction des niveaux d'un facteur particulier

EXEMPLE L'exemple donné en 3.1.1 est poursuivi, en utilisant le modèle avec les quatre effets principaux et l'interaction BD comme modèle.



3.2
method of least squares
technique of parameter estimation which minimizes Σe^2, where e is the difference between the observed value and the predicted value derived from the assumed model, and the sum is taken over all treatments

NOTE Experimental errors associated with individual observations are ordinarily assumed to be independent, although inferential methods can be adjusted to include correlated errors. The usual analysis of variance, regression analysis and analysis of covariance are all based on the method of least squares and provide different computational and interpretative advantages stemming from certain balances within the experimental arrangements which permit convenient groupings of the data.

3.2
méthode des moindres carrés
technique d'estimation de paramètres qui minimise Σe^2, où e est la différence entre la valeur observée et la valeur prévue par le modèle théorique où la somme est prise sur tous les traitements

NOTE On admet généralement que les erreurs expérimentales associées aux observations individuelles sont indépendantes, bien que des méthodes d'inférence puissent être adaptées pour convenir au cas des erreurs corrélées. Les analyses usuelles de variance, de régression et de covariance sont toutes fondées sur la méthode des moindres carrés; elles présentent différents avantages de calcul et d'interprétation liés à certains équilibres dans les dispositifs expérimentaux permettant des groupements adéquats de données.

3.3
regression analysis
collection of procedures associated with assessing models relating predictor variables to response variables

NOTE 1 Regression analysis is commonly associated with the process of estimating the parameters of an assumed model by optimizing the value of an objective function (for example, minimizing the sum of squared differences between the observed responses and those predicted by the model). The existence of statistical software packages has eliminated much of the drudgery in obtaining parameter estimates, their standard errors, and contain a wealth of model diagnostics. Regression analysis also facilitates the consideration of other measures for the response. For example, if dispersion effects are of interest in a replicated factorial design, the response logarithm of S_i^2 (where S_i^2 is the sample variance of replicated points) may be more easily analysed and interpreted than the responses themselves.

3.3
analyse de régression
groupement de procédures associées à l'évaluation des modèles liant les variables de prédiction aux variables de réponses

NOTE 1 L'analyse de régression est couramment associée au procédé d'estimation des paramètres d'un modèle théorique par optimisation de la valeur d'une fonction objective (par exemple en minimisant la somme des différences carrées entre les réponses observées et celles prévues par le modèle). L'existence de logiciels statistiques a supprimé la plupart du travail fastidieux quant à l'obtention des estimations de paramètres, leurs erreurs types, et un grand nombre de diagnostics de modèle. L'analyse de régression facilite également la prise en considération d'autres mesures pour la réponse. Par exemple, si les effets de dispersion ont un intérêt dans un plan factoriel répliqué, le logarithme de réponse de S_i^2 (où S_i^2 est la variance d'échantillon des points répliqués) conduit davantage à l'analyse et à l'interprétation que les réponses elles-mêmes.

NOTE 2 Regression analysis plays a role similar to the analysis of variance and is particularly pertinent when the levels of the factors are continuous and emphasis is on an explicit predictive model. Regression analysis can also be used in designed experiments with missing data unlike the analysis of variance which requires balance between data. However, lack of balance increases the order-dependency (common elements are included in the first correlated term and not included in subsequent terms) of the hypothesis tests as well as losing other advantages of balanced experiments. For balanced experiments, the two techniques are simply variations of the method of least squares and produce comparable results.

EXAMPLE 1 Consider an **orthogonal design** (2.8) having three quantitative factors in a 2^3 factorial, in which only a single replicate is run and the assumed model for an individual experimental unit is

$$Y = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + e$$

where

x_0 = 1;

x_1 is the level of factor A;

x_2 is the level of factor B;

x_3 is the level of factor C;

e is the random error.

This model can also apply for three qualitative factors having coded levels of -1 and $+1$.

NOTE 2 L'analyse de régression joue un rôle similaire à celui de l'analyse de variance et s'avère particulièrement adaptée au cas où les niveaux des facteurs sont continus, l'accent étant davantage porté sur un modèle explicite de prédiction. Elle est également utile dans les plans d'expérience comportant des données manquantes, l'équilibre exigé pour l'utilisation classique de l'analyse de variance n'étant pas nécessaire dans l'analyse de régression. Cependant, un défaut d'équilibre accroît la dépendance d'ordre des tests d'hypothèse (des éléments communs sont inclus dans le premier terme corrélé et non inclus dans les termes suivants), et entraîne aussi la perte d'autres avantages attachés aux plans équilibrés. Dans les plans équilibrés, les deux techniques ne sont que de simples variantes de la méthode des moindres carrés et conduisent à des résultats comparables.

EXEMPLE 1 Considérons un **plan orthogonal** (2.8) ayant trois facteurs quantitatifs dans un plan factoriel 2^3, avec une seule réplique, le modèle théorique pour une unité expérimentale individuelle étant

$$Y = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + e$$

où

x_0 = 1;

x_1 est le niveau du facteur A;

x_2 est le niveau du facteur B;

x_3 est le niveau du facteur C;

e est l'erreur aléatoire.

Ce modèle peut également s'appliquer à trois facteurs qualitatifs de niveau codé -1 et $+1$.

Regression analysis table for example 1

(notation: $x_{ji} = X_{ji} - \overline{X}_i$, where $\overline{X}_i = \sum_{j=1}^{4} X_{ji}/4$)

Tableau d'analyse de régression pour l'exemple 1

(notation: $x_{ji} = X_{ji} - \overline{X}_i$, où $\overline{X}_i = \sum_{j=1}^{4} X_{ji}/4$)

Source of variation **Source de variation**	**Regression coefficient** **Coefficient de régression**	**Sum of squares (SS)** **Somme des carrés (SC)**	**Degrees of freedom (DF)** **Degrés de liberté (DL)**	**Mean square (MS)** **Carré moyen (CM)**
Total Total	—	$S_{\mathrm{T}} = \sum Y_i^2$	8	—
Constant (X_0) Constante (X_0)	$\beta_0 = \dfrac{\sum x_{0i} Y_i}{\sum x_{0i}^2}$	$Sx_0 = \beta_0 \sum x_{0i} Y_i$	1	Sx_0
Regression for X_1(A) Régression en X_1(A)	$\beta_1 = \dfrac{\sum x_{1i} Y_i}{\sum x_{1i}^2}$	$Sx_1 = \beta_1 \sum x_{1i} Y_i$	1	Sx_1
Regression for X_2(B) Régression en X_2(B)	$\beta_2 = \dfrac{\sum x_{2i} Y_i}{\sum x_{2i}^2}$	$Sx_2 = \beta_2 \sum x_{2i} Y_i$	1	Sx_2
Regression for X_3 (C) Régression en X_3 (C)	$\beta_3 = \dfrac{\sum x_{3i} Y_i}{\sum x_{3i}^2}$	$Sx_3 = \beta_3 \sum x_{3i} Y_i$	1	Sx_3
Residual Résiduelle	—	$S_{\mathrm{E}} = S_{\mathrm{T}} - Sx_0 - Sx_1 - Sx_2 - Sx_3$	4	$S_{\mathrm{E}}/4$

NOTE 3 If the 2^3 experiments were replicated within the same block, the degrees of freedom for the “total” (line 1) would become 16 and for the “residual” would become 12. The “residual” sum of squares may then be partitioned into two elements associated with “replicates” and “lack of fit”, with 8 and 4 degrees of freedom respectively.

NOTE 3 Si cette expérience 2^3 est répliquée à l'intérieur d'un même bloc, le nombre de degrés de liberté pour le «total» (ligne 1) devient 16, et pour la partie «résiduelle» 12. La somme des carrés résiduelle peut alors être partagée en deux éléments associés aux «répliques» et «défaut d'ajustement», avec respectivement 8 et 4 degrés de liberté.

Regression analysis table for example 1 — Addenda for replicated experiment

Tableau d'analyse de régression pour l'exemple 1 — Complément dans le cas d'une réplique

Source of variation Source de variation	Sum of squares (SS) Somme des carrés (SC)	Degrees of freedom (DF) Degrés de liberté (DL)	Mean square (MS) Carré moyen (CM)	F	Expected Attendu
Residual Résiduelle	S_E	12	$S_E/12$		
Replicates Répliques	$S_R = \sum_j \left(Y_{ij} - \overline{Y}_i\right)^2$	8	$S_R/8$		
Lack of fit Défaut d'ajustement	$S_L = S_E - S_R$	4	$S_L/4$		

The statistical significance of each source can be tested using the F-statistic for the mean square of that source and the appropriate error term under suitable normality assumptions. For the single replicate situation, the "regression" terms would be tested against the "residual" term. For the two replicates situation, the "lack of fit" term would be tested against the "replicates" ("experimental error") term to determine whether the model is inadequate. The "replicates" term represents a measure of experimental error free of the potential contribution of model inadequacy which would be included in the "residual" term.

La signification statistique de chaque source de variation peut être soumise au test de la statistique F, rapport du carré moyen de cette source de variation et du terme d'erreur approprié, sous des hypothèses de normalité appropriées. Lorsqu'il n'y a pas de réplique, les termes «régression» sont soumis à l'essai par comparaison avec la partie «résiduelle". Dans le cas d'une réplique, le terme «défaut d'ajustement» doit être comparé au terme «répliques» («erreur expérimentale») afin de déterminer si le modèle est inadéquat. Le terme «répliques» représente une mesure de l'erreur expérimentale non influencée par l'inadéquation éventuelle du modèle, laquelle se trouve comprise dans le terme «résiduelle».

3.4
analysis of variance
ANOVA
technique which subdivides the total variation of a response variable into meaningful components associated with specific sources of variation.

NOTE 1 ANOVA facilitates the estimation of variance components (see 1.8) and the testing of hypotheses on the parameters of a model.

An analysis of variance table usually contains columns for

— source of variation;

— sum of squares (SS);

— degrees of freedom (DF);

— mean square (MS) (sum of squares divided by degrees of freedom);

— F (ratios of mean squares for the row to the mean square associated with error);

— expected mean squares (mathematical expectation of the sum of squares given in terms of the parameters of the model).

3.4
analyse de variance [abréviation anglaise: ANOVA]
technique consistant à séparer la variation totale d'une variable de réponse en composantes significatives associées à des sources spécifiques de variation

NOTE 1 L'analyse de variance facilite l'estimation des composantes de variance (voir 1.8) et le test des hypothèses relatives aux paramètres d'un modèle.

Un tableau d'analyse de variance est généralement présenté en colonnes qui correspondent:

— à l'origine de la variation;

— à la somme des carrés (SC);

— au nombre de degrés de liberté (DL);

— au carré moyen (somme des carrés divisée par le nombre de degrés de liberté) (CM);

— à F (rapports des carrés moyens d'une ligne et du carré moyen associé à l'erreur);

— aux carrés moyens attendus (espérance mathématique de la somme des carrés donnée en termes de paramètres du modèle).

The rows of the table represent specific factor effects or interactions, blocks (if blocking were employed in the experimental design), or error (the residual effects not accounted for by the model or the blocks). A row designated “Total” is usually given which provides the total sum of squares about the overall average and based on the degrees of freedom which is one less than the sample size.

EXAMPLE Consider a randomized block design, in which the observation obtained from the ith of l levels of a factor A in the jth of h blocks is denoted by Y_{ij} = (i = 1, 2, ..., l; j = 1, 2, ..., h). The principal factor A represents a fixed treatment effect; factor B represents a fixed block effect. Then the following ANOVA table is computed:

Les lignes du tableau représentent les effets de facteurs ou les interactions spécifiques, les blocs (si la mise en blocs était employée dans le plan d'expérience), ou l'erreur (les effets résiduels dont le modèle ou les blocs ne tiennent pas compte). Une rangée notée «Total» est généralement prévue pour la somme totale des carrés relative à la moyenne globale avec des degrés de liberté égale à la taille d'échantillon diminuée de 1.

EXEMPLE Considérons un plan en blocs randomisés pour lequel le résultat obtenu pour le $i^{\text{ième}}$ des l niveaux d'un facteur A dans le $j^{\text{ème}}$ des h blocs est noté Y_{ij} = (i = 1, 2, ..., l; j = 1, 2, ..., h). Le facteur principal A représente un effet de traitement fixé; le facteur B représente un effet bloc fixé. Le tableau d'analyse de variance se présente alors de la façon suivante:

Analysis of variance (ANOVA) table

Tableau d'analyse de variance

Source **Source**	**Sum of squares (SS)** **Somme des carrés (SC)**	**Degrees of freedom (DF)** **Degrés de liberté (DL)**	**Mean square (MS)** **Carré moyen (CM)**	F	**Expected mean square [E(MS)]** **Espérance mathématique du carré moyen (E[CM])**
Total Total	$S_{\mathrm{T}} = \sum_i \sum_j \left(Y_{ij} - \overline{Y}\right)^2$	$\nu_{\mathrm{T}} = hl - 1$	—	—	—
Factor A (Treatment) Facteur A (Traitement)	$S_{\mathrm{A}} = h\sum_i \left(Y_{ij} - \overline{Y}_i\right)^2$	$\nu_{\mathrm{A}} = l - 1$	$MS_{\mathrm{A}} = \frac{S_{\mathrm{A}}}{\nu_{\mathrm{A}}}$ $CM_{\mathrm{A}} = \frac{S_{\mathrm{A}}}{\nu_{\mathrm{A}}}$	$F\left(\nu_{\mathrm{A}}, \nu_e\right) = \frac{MS_{\mathrm{A}}}{MS_e}$ $F\left(\nu_{\mathrm{A}}, \nu_e\right) = \frac{CM_{\mathrm{A}}}{CM_e}$	$\sigma^2 + hK_{\mathrm{A}}^2$
Factor B (Block) Facteur B (Bloc)	$S_{\mathrm{B}} = l\sum_j \left(Y_{ij} - \overline{Y}_j\right)^2$	$\nu_{\mathrm{B}} = h - 1$	$MS_{\mathrm{B}} = \frac{S_{\mathrm{B}}}{\nu_{\mathrm{B}}}$ $CM_{\mathrm{B}} = \frac{S_{\mathrm{B}}}{\nu_{\mathrm{B}}}$	$F\left(\nu_{\mathrm{B}}, \nu_e\right) = \frac{MS_{\mathrm{B}}}{MS_e}$ $F\left(\nu_{\mathrm{B}}, \nu_e\right) = \frac{CM_{\mathrm{B}}}{CS_e}$	$\sigma^2 + lK_{\mathrm{B}}^2$
Error Erreur	$S_e = \sum_i \sum_j \left(Y_{ij} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j + \overline{Y}\right)^2$	$\nu_e = (l-1)(h-1)$	$MS_e = \frac{S_e}{\nu_e}$ $CM_e = \frac{S_e}{\nu_e}$	— —	σ^2

In the ANOVA table:

$S_{\mathrm{T}} = S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{B}} + S_e$

$\nu_{\mathrm{T}} = \nu_{\mathrm{A}} + \nu_{\mathrm{B}} + \nu_e$

$F(\nu_1,\nu_2)$ is the F-statistic.

Dans ce tableau:

$S_{\mathrm{T}} = S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{B}} + S_e$

$\nu_{\mathrm{T}} = \nu_{\mathrm{A}} + \nu_{\mathrm{B}} + \nu_e$

$F(\nu_1,\nu_2)$ est la statistique F

One model associated with the observations is given as

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}; \quad i = 1, 2, ..., l; \quad j = 1, 2, ..., h$$

with

$$\sum \alpha_i = \sum \beta_j = 0; \quad e_{ij} \sim N\left(0, \sigma^2\right)$$

$$K_{\mathrm{A}}^2 = \frac{\sum \alpha_i^2}{(l-1)}; \quad K_B^2 = \frac{\sum \beta_j^2}{(h-1)}$$

where

μ is the general mean;

α_i is the effect of the ith treatment;

β_j is the effect of the jth block;

e_{ij} is the experimental error.

For this example, it is assumed that fixed levels are designated. The least squares estimates of μ, α_i, β_j and σ^2 are obtained by

$$\hat{\mu} = \overline{Y} = \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij}}{h \cdot l}$$

$$\hat{\alpha}_i = \overline{Y}_i - \overline{Y} = \sum_j \frac{Y_{ij}}{h} - \overline{Y}$$

$$\hat{\beta}_j = \overline{Y}_j - \overline{Y} = \sum_i \frac{Y_{ij}}{l} - \overline{Y}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(Y_{ij} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j + \overline{Y}\right)^2}{\left[(l-1)(h-1)\right]} = S_e^2$$

The formulae shown in this example are simplified because in a randomized block design each cell should contain an equal number of observations.

NOTE 2 The basic assumptions of ANOVA are that the effects due to all the sources of variation are additive and that the experimental errors are independently and normally distributed, with a zero mean and have equal variances (homoscedasticity). The technique, in conjunction with the F ratio, is used to provide a test of significance for the effects of these sources of variation and/or to obtain an estimate of the variances attributable to these sources. The assumption of a normal distribution is required only for this test of significance and confidence intervals. Averages and interactions are usually examined by summarizing them in 2-way (or k-way) tables. This example assumes a model 1 (fixed effects model) (see 3.4.1). When the assumption of normal distribution of errors cannot be made, it is sometimes possible to use transformations (for example, logarithms) of the response variable or to apply a nonparametric procedure.

Un modèle associé aux observations est

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}; \quad i = 1, 2, ..., l; \quad j = 1, 2, ..., h$$

avec

$$\sum \alpha_i = \sum \beta_j = 0; \quad e_{ij} \sim N\left(0, \sigma^2\right)$$

$$K_{\mathrm{A}}^2 = \frac{\sum \alpha_i^2}{(l-1)}; \quad K_B^2 = \frac{\sum \beta_j^2}{(h-1)}$$

où

μ est la moyenne générale;

α_i est l'effet du $i^{\text{ième}}$ traitement;

β_j est l'effet du $j^{\text{ième}}$ bloc;

e_{ij} est l'erreur expérimentale.

Dans cet exemple, les niveaux fixés sont supposés planifiés. Les estimations des moindres carrés de μ, α_i, β_j et σ^2 sont obtenues par

$$\hat{\mu} = \overline{Y} = \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij}}{h \cdot l}$$

$$\hat{\alpha}_i = \overline{Y}_i - \overline{Y} = \sum_j \frac{Y_{ij}}{h} - \overline{Y}$$

$$\hat{\beta}_j = \overline{Y}_j - \overline{Y} = \sum_i \frac{Y_{ij}}{l} - \overline{Y}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(Y_{ij} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j + \overline{Y}\right)^2}{\left[(l-1)(h-1)\right]} = S_e^2$$

Les formules figurant dans cet exemple sont simples, parce que dans un plan en blocs randomisés, chaque cellule contient le même nombre d'observations.

NOTE 2 Les hypothèses de base sont que les effets dus à toutes les sources de variation sont additifs et que les erreurs expérimentales sont distribuées indépendamment selon une loi normale de moyenne nulle, avec une même variance (homoscédaticité). Cette technique est utilisée, conjointement avec la statistique F, pour soumettre au test de signification les effets des sources de variation et/ou pour obtenir des estimations des variances attribuables à ces sources. L'hypothèse de normalité est nécessaire pour les tests de signification et le calcul d'intervalles de confiance. Moyennes et interactions sont généralement présentées, sous forme résumée, dans une table à deux entrées (ou à k entrées). Cet exemple correspond au modèle 1 (modèle à effets fixes) (voir 3.4.1). Lorsqu'on ne peut pas faire l'hypothèse de normalité de l'erreur, il est quelquefois possible d'utiliser une transformation (par exemple les logarithmes) de la variable de réponse ou appliquer une procédure non paramétrique.

3.4.1
fixed effects analysis of variance
analysis of variance in which the levels of each factor are pre-selected over the range of values of the factors

NOTE With fixed levels, it is inappropriate to compute components of variance. This model is sometimes referred to as a model 1 analysis of variance.

3.4.2
random effects analysis of variance
analysis of variance in which each level of each factor is assumed to be sampled from the population of levels of each factor

NOTE With random levels, the primary interest is usually to obtain components of variance estimates. This model is commonly referred to as a model 2 analysis of variance.

EXAMPLE Consider a situation in which an operation processes batches of raw material. “Batch” may be considered a random factor in an experiment when a few batches are randomly selected from the population of all batches.

3.4.3
mixed model analysis of variance
analysis of variance in which the levels of some factors are pre-selected and levels of other factors are sampled from the population of levels of the factors

NOTE Components of variance are meaningful only for random factors. Moreover, estimates of effects apply only for fixed factors. This model is also referred to as a model 3 analysis of variance.

3.5
analysis of covariance
ANCOVA
technique for estimating and testing the effects of treatments when one or more concomitant variables influence the response variable

NOTE 1 The analysis of covariance can be viewed as a combination of regression analysis and the analysis of variance.

NOTE 2 Usually the concomitant variable cannot be accounted for in the design of the experiment and its effect on the results should be accounted for in the analysis. For example, the experimental units may differ in the amount of some chemical constituent present in each unit, which can be measured, but not adjusted.

3.4.1
analyse de variance à effets fixés
analyse de variance dans laquelle les niveaux de chaque facteur sont préchoisis dans la gamme des valeurs des facteurs

NOTE Lorsque les niveaux sont ainsi fixés, le calcul de composantes de la variance n'a pas de signification. Ce modèle est parfois appelé «Analyse de variance de modèle 1».

3.4.2
analyse de variance à effets aléatoires
analyse de variance dans laquelle le niveau de chaque facteur est supposé avoir été échantillonné parmi la population des niveaux de chaque facteur

NOTE Dans le cas de niveaux aléatoires, l'intérêt principal est généralement d'obtenir des estimations des composantes de la variance. Ce modèle est parfois appelé «Analyse de variance de modèle 2».

EXEMPLE Considérons une situation dans laquelle on traite les lots d'une matière première. Le facteur «lot» peut apparaître en choisissant de manière aléatoire quelques lots pour l'expérience parmi la population de tous les lots.

3.4.3
analyse de variance de modèle mixte
analyse de variance dans laquelle les niveaux de certains facteurs sont préchoisis et où les niveaux d'autres facteurs sont échantillonnés à partir de la population des niveaux du facteur

NOTE Les composantes de variance n'ont de signification que pour les facteurs aléatoires. De même, les estimations des effets s'appliquent uniquement aux facteurs fixés. Ce modèle est parfois appelé «Analyse de variance de modèle 3».

3.5
analyse de covariance [abréviation anglaise: ANCOVA]
technique d'estimation et de test des effets des traitements, utilisée lorsqu'une ou plusieurs variables concomitantes influencent la variable de réponse

NOTE 1 L'analyse de covariance peut être considérée comme une combinaison de l'analyse de régression et de l'analyse de variance.

NOTE 2 Généralement la variable concomitante ne peut pas être intégrée dans le plan d'expérience et il convient de prendre en considération son effet sur les résultats dans l'analyse. Par exemple, les unités expérimentales peuvent différer par la quantité de certains constituants chimiques présents dans chaque unité, quantité qui peut être mesurée, mais non ajustée.

Bibliography

[1] ISO 3534-1:1993, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: Probability and general statistical terms*.

[2] ISO 10241:1992, *International terminology standards — Preparation and layout*.

[3] BOX G. E. P., HUNTER W. G. and HUNTER J. S. *Statistics for Experimenters. An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*. John Wiley & Sons, New York, 1978.

[4] PLACKETT R. L. and BURMAN J. P. The design of optimum multifactorial experiments, *Biometrika*, **33**, 1946, pp. 305-325.

[5] JOHN P. W. M. *Statistical Design and Analysis of Experiments*. The Macmillan Company, New York, 1971.

[6] LIN D. K. J. A new class of supersaturated designs. *Technometrics,* **35**, 1993, pp. 28-31.

[7] WU C. F. J. Construction of supersaturated designs through partially aliased interactions. *Biometrika*, **80**, (3), 1993, pp. 661-669.

[8] FISHER R. A. and YATES F. *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*. Oliver and Boyd, Edinburgh, 4th edition, 1953.

[9] CORNELL J. A. *Experiments With Mixtures*. 2nd ed. John Wiley, New York, 1990.

[10] ISO 3534-2, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Statistical quality control*.

[11] ISO 5725-1, *Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results — Part 1: General principles and definitions*.

[12] BOX G. E. P. and DRAPER N. R. *Empirical Model-Building and Response Surfaces*. John Wiley & Sons, New York, 1987.

Bibliographie

[1] ISO 3534-1:1993, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 1: Probabilité et termes statistiques généraux*.

[2] ISO 10241:1992, *Normes terminologiques internationales — Élaboration et présentation*.

[3] BOX G. E. P., HUNTER W. G. and HUNTER J. S. *Statistics for Experimenters. An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*. John Wiley & Sons, New York, 1978.

[4] PLACKETT R. L. and BURMAN J. P. The design of optimum multifactorial experiments, *Biometrika*, **33**, 1946, pp. 305-325.

[5] JOHN P. W. M. *Statistical Design and Analysis of Experiments*. The Macmillan Company, New York, 1971.

[6] LIN D. K. J. A new class of supersaturated designs. *Technometrics*, **35**, 1993, pp. 28-31.

[7] WU C. F. J. Construction of supersaturated designs through partially aliased interactions. *Biometrika*, **80**, (3), 1993, pp. 661-669.

[8] FISHER R. A. and YATES F. *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*. Oliver and Boyd, Edinburgh, 4th edition, 1953.

[9] CORNELL J. A. *Experiments With Mixtures*. 2nd edition. John Wiley, New York, 1990.

[10] ISO 3534-2, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Maîtrise statistique de la qualité*.

[11] ISO 5725-1, *Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure — Partie 1: Principes généraux et définitions*.

[12] BOX G. E. P. and DRAPER N. R. *Empirical Model-Building and Response Surfaces*. John Wiley & Sons, New York, 1987.

Alphabetical index

Index alphabétique

ICS 01.040.03; 03.120.30

Price based on 46 pages / Prix basé sur 46 pages